

EFFECTO DEL USO DE GEOMETRÍA DINÁMICA EN EL APRENDIZAJE Y LA ACTITUD HACIA LAS MATEMÁTICAS

Víctor Linares Gómez
victorlsgz@gmail.com

RESUMEN

El uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas es un aspecto importante dentro de la educación actual, puede afectar el proceso de enseñanza aprendizaje y las actitudes de los estudiantes hacia las matemáticas, por lo cual en el presente estudio se analizó el efecto del uso de geometría dinámica en el aprendizaje y la actitud hacia las matemáticas de los estudiantes de preparatoria del segundo semestre. Mediante un diseño pre-experimental se encontró que el uso de GeoGebra afecta positivamente y de manera importante el aprendizaje de los conceptos de parábola y la actitud hacia las matemáticas.

Palabras clave: Geometría dinámica, aprendizaje de las matemáticas, actitud hacia las matemáticas.

Introducción

Actualmente los alumnos están inmersos en la tecnología, situación que el docente debe emplear para despertar el interés hacia las matemáticas mediante su uso dentro del aula. Esto conlleva que el docente debe permearse de la tecnología para poder ofrecer una enseñanza distinta que facilite los procesos de aprendizaje y comprensión, a la vez que despierte el interés de los alumnos, propiciando así nuevos ambientes de aprendizaje.

Al utilizar software en algunos temas de matemáticas, se percibe que el interés de los alumnos por conocer los temas se incrementa, así como su aprendizaje. Cabe mencionar que no se busca que el uso del software o herramienta tecnológica sustituya los otros recursos didácticos, sino que sean más bien una herramienta para comprender con mayor amplitud los temas de matemáticas como la geometría y llevar al alumno a un análisis más crítico; en esto recae la importancia de que el docente se involucre en los asuntos tecnológicos, para que de esta manera logre atraer el interés a los alumnos.

El desarrollo de la tecnología computacional que se dio en la segunda mitad del siglo pasado, abrió posibilidades de empleo de la herramienta tecnológica a diversos campos, entre ellos al de la educación. Castillo (2008) menciona que las diferentes tecnologías siempre han ido cambiando las diferentes sociedades. Hoy las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) se han convertido en factores que generan un cambio social debido a su incidencia,

convirtiéndose así en los agentes más eficaces de estos cambios. En este contexto, la educación no puede quedarse al margen. El ámbito educacional, para satisfacer las necesidades de adaptación y acomodación, debe cumplir con las expectativas sociales de la tendencia tecnológica.

Para Orozco-Moret y Labrador (2006), las bases que generan el conocimiento se encuentran en crisis ante la nueva era tecnológica, por lo tanto, la educación se plantea seriamente el problema de la búsqueda y la creación de nuevos conceptos que sean más útiles para comprender la variedad de los nuevos problemas y situaciones que debe enfrentar el estudiante actual. En el ámbito educacional, el uso de la tecnología llega a generar un ambiente propicio para el proceso de enseñanza aprendizaje de alumnos y docentes, este ambiente o entorno posee características observables muy significativas entre las que destacan; la facilidad del trabajo colaborativo, una mayor oferta informativa, la eliminación de las barreras de espacio-tiempo, la promoción del autoaprendizaje, la potenciación de la interactividad y la oportunidad de un aprendizaje más flexible (Hallström, y Gyberg, 2011; Wood y Ashfield, 2008).

En base a lo anterior, los docentes necesitan la adopción de la tecnología en su labor de enseñanza, cambiar las percepciones que tienen al respecto, vencer las barreras que impiden utilizarlas dentro del aula. Para ello es importante identificar cuáles son dichas barreras y superarlas, puesto que no es suficiente solo tener una buena actitud hacia el uso de la tecnología en la enseñanza (Cowan, 2012). Algunas de estas barreras que observan Pierce y Ball (2009) son: la actitud de los docentes hacia las tecnologías, las ideas que los compañeros de trabajo tengan sobre hacer uso de ellas en el salón de clases, la postura del director respecto al uso de la tecnología, las exigencias de los padres y las capacidades y dominio que el docente tenga en el manejo de la tecnología. Aunado a esto, Unkefer, Shinde y McMaste (2009) consideran que el docente debe tener bien definido el por qué, el cómo y el cuándo hacer uso de las herramientas tecnológicas en su enseñanza.

Cabezas (2007) menciona que ante esta situación se han desarrollado seminarios, talleres y cursos con la finalidad de integrar la tecnología en la práctica docente, brindando una capacitación tecnológica y didáctica, de los cuales se han obtenido resultados significativos sobre el uso de las TIC en el proceso de enseñanza-aprendizaje, resultados que resaltan la importancia de esta inclusión. Cabe resaltar que los beneficios de estos seminarios dependerán mucho de la actitud del docente para capacitarse y poner en práctica lo aprendido.

Domingo Coscollola y Marqués Graells (2011) destacan algunos resultados significativos como el aumento de atención de parte de los alumnos, comprensión más significativa y profunda de los temas expuestos, un incremento importante de la participación en el aula y una mayor interacción colaborativa.

Sin embargo, existen factores que dificultan la implementación de las TIC en el aula. Aunque podría pensarse que la edad es importante, Coffland y Strickland, (2004) mencionan que la edad de los docentes no es un factor que determina el uso de la tecnología en el aula, sino que esta depende más bien de la disposición del docente y cuánto manejo y dominio tiene de la asignatura que imparte. También resaltan, que los docentes que imparten más de una clase del mismo tema son más propensos a no utilizar la tecnología en sus clases.

En los últimos años se han incorporado herramientas como las calculadoras y computadoras, y se ha observado que han ejercido una influencia importante en la generación de nuevas formas para abordar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (Cedillo Ávalos, 2006; McGarr, 2010). De acuerdo con Kuzniak y Rauscher (2011) y Renes y Strange, (2011), el uso de la tecnología en la educación ha traído consigo grandes beneficios, contribuye a resaltar las ideas más importantes, posibilita el acceso a nuevos temas y problemas, brinda nuevas formas de presentar y manipular la información matemática, presenta la oportunidad tanto al docente como al alumno, de escoger varias maneras de presentar contenidos y resultados usando recursos que antes no habían utilizado. No se trata de cambiar los contenidos de las asignaturas sino de presentarlos de una forma innovadora, lo que, si cambia con la tecnología, es el conjunto de los problemas utilizados para la enseñanza y la forma en como estos se pueden resolver y presentar.

Un elemento importante en el cual coinciden Autio, Hietanoro y Ruismäki (2011) y Lee y Yuan (2010) en el uso de la tecnología en la enseñanza, es que los estudiantes se sienten atraídos porque disfrutan trabajar con sus manos, canalizando esta motivación, resultaría beneficioso emplearse en la enseñanza de las matemáticas u otra asignatura.

Los cambios en la era tecnológica, el diseño de nuevos cursos de matemáticas, las formas innovadoras de abordar el contenido y el uso de la computadora, han producido grandes cambios que han demostrado que la tecnología integrada en la enseñanza de las matemáticas produce mejores actitudes hacia el aprendizaje de esta asignatura (Yang y Tsai, 2010). Por ejemplo, Wood y Ashfield (2008) mencionan que, en el quehacer matemático, diversos contenidos llevan

al alumno a experimentar con conceptos, ver las relaciones que hay entre ellos y observar cómo interactúan entre sí. Hay lecciones que requieren representaciones visuales (imágenes en movimiento, gráficos, esquemas, figuras geométricas, diagramas) para poder encontrar respuestas a los problemas planteados o dar instrucciones a los estudiantes, y sin la ayuda de la tecnología estos elementos se presentan en un plano más abstracto.

La tecnología en la enseñanza de la geometría llega a ser una herramienta muy valiosa para el docente, pues permite una mayor comprensión en los temas de parte de los alumnos. La complejidad de estos depende en gran medida de los recursos didácticos que el docente utiliza en el proceso de enseñanza-aprendizaje. En muchas ocasiones el alumno solo dibuja figuras geométricas sin comprender los teoremas fundamentales, en este contexto debe entenderse a la tecnología como una herramienta de trabajo, pero tampoco se deben considerar como absoluto y únicas las herramientas tradicionales como lápiz y papel (Zembar, 2008).

Considerar los contenidos generales e identificar las dificultades de los alumnos, son aspectos que el docente debe tomar en cuenta al utilizar alguna herramienta tecnológica en su enseñanza (Coffland y Strickland, 2004) y no sólo hacer uso de las herramientas tradicionales, su actitud hacia la incursión de estas herramientas innovadoras motivará a sus alumnos y reforzará contenidos complejos (Maduro, Bolívar, Iturriza, Barrios, García y Rodríguez, 2007).

Asunda (2010) y Castillo (2008) mencionan que los docentes deben actualizarse al observar las aportaciones benéficas de las TIC a la enseñanza de las matemáticas, estar en consonancia con los cambios curriculares que presente el sistema, donde los roles y funciones del profesor en el proceso de enseñanza aprendizaje se ven modificados debido a los cambios sociales y sus exigencias. De manera más específica sobre la incorporación de la tecnología a la enseñanza de la geometría, Prieto González y Torregrosa Gironés (2010) aseguran que permite motivar la presentación de los problemas geométricos, explorar personal y detenidamente los problemas, llevar a los alumnos a construir sus propios aprendizajes. Señalan, además que con el uso de la tecnología en el aula no se pretende dejar de usar las herramientas de lápiz y papel al trabajar en geometría, sino que se trata de aprovechar la tecnología para facilitar muchas actividades de carácter geométrico; así mismo, mencionan sobre lo que implica enseñar geometría, entre otras cuestiones destacan diseñar y seleccionar problemas adecuados a las necesidades de aprendizaje de los alumnos. Consideran que el estudio de la geometría debe desarrollar las

capacidades de visualización y razonamiento en los alumnos mientras resuelven problemas apoyados en construcciones geométricas.

Durante los últimos años las herramientas informáticas se están usando en la enseñanza de todas las áreas de las matemáticas en los diferentes niveles educativos. En particular, una agenda de investigación muy activa, es la dedicada a la enseñanza de la geometría con la ayuda del software de geometría dinámica. Gutiérrez Rodríguez (2005) menciona que la principal ventaja del software sobre los materiales didácticos tradicionales (tanto estáticos como dinámicos), es la facilidad y rapidez con que los estudiantes pueden transformar las construcciones hechas en la pantalla, realizar mediciones y disponer de un gran número de ejemplos tan variados como pretendan. Esto brinda a los estudiantes la posibilidad de manipular los problemas asignados de tal manera que les permitan plantear y verificar conjeturas o encontrar propiedades matemáticas no evidentes, con las cuales abordan la resolución del problema.

Díaz Abahonza (2014) menciona que las herramientas tecnológicas ayudan a desarrollar habilidades funcionales como las cognitivas, que ayudan a adquirir un aprendizaje significativo, el cual puede ser aplicable en las áreas en las que se desempeñen; además se puede optimizar el tiempo, contribuir a desarrollar actitudes positivas y llegar a valorar la importancia de la geometría en el desarrollo de las matemáticas. La enseñanza de la geometría con el uso de software de geometría dinámica puede traer beneficios a los procesos de aprendizaje de los alumnos. Empleándose de una manera responsable, planeada y bien dirigida por el docente, puede generar en el alumno una actitud reflexiva, analítica y una actitud positiva por el aprendizaje de la geometría.

Respecto a las actitudes hacia las matemáticas, en algunas ocasiones se cree que no están relacionadas con el rendimiento académico de los alumnos, pero estudios han mostrado una relación significativa, lo que probablemente se deba a que un aprendizaje debe abordar aspectos de tipo cognitivo, expresivo y afectivo.

Según Rey, Quiroga y Martínez (2013), la predisposición negativa hacia las matemáticas, las acciones del profesor, la tradición social o la creencia de que las matemáticas son un conocimiento para unas pocas personas de condiciones cognitivas superiores, son factores que inciden en la reacción emocional del estudiante, que se manifiesta como insatisfacción y frustración frente al trabajo con las matemáticas. “Estas dificultades están asociadas a la concepción

de las matemáticas como un conjunto de operaciones y les impide tener una actitud positiva en el momento de enfrentar tareas que impliquen pensar y no solamente operar” (p. 302).

Los mismos autores añaden que las emociones intervienen de manera significativa en el proceso de enseñanza – aprendizaje, ya sea que lo facilite u obstaculice, por lo cual vienen a desempeñar un papel en la comunicación de los estudiantes. Sin embargo, a pesar de los avances que se han tenido en la investigación de la educación matemática, se ha tocado poco la parte emotiva de los estudiantes, observándose que la mayoría de las investigaciones abordan únicamente el aspecto cognitivo. Destacan además que existe un progreso significativo en los estudiantes cuando se atienden y se buscan fortalecer sus actitudes en cada clase, por lo tanto, el docente debe fomentar actividades de inicio que permitan predisponer favorablemente al estudiante para que aborde los contenidos de una forma positiva, y en el caso de que sus conceptos en cuanto a las matemáticas no sean los adecuados para aprender a tratar con ellas, deben ser transformados.

Por otra parte, Yavuz Mumcu y Cansiz Aktas (2015) señalan que las actitudes de los alumnos hacia las matemáticas están íntimamente relacionadas con habilidades y capacidades que estos tengan para resolver problemas de los temas vistos en clase, y por ende con su rendimiento académico, por esta razón, se deben determinar cuáles son estas debilidades e incapacidades y planificar como eliminarlas. Los profesores de matemáticas deben utilizar diferentes métodos, actividades o proyectos, técnicas de enseñanza y las actividades deben abordar las debilidades de los alumnos.

Avcı, Keene, McClaren y Vasu (2015) mencionan que las actitudes de los alumnos hacia las clases de matemáticas mejoran cuando se hace uso de las herramientas tecnológicas; además mejoran sus creencias, confianza y sentimientos hacia ella y generan cambios positivos en el aspecto cognitivo. La tecnología también ofrece oportunidades únicas para que los estudiantes puedan crear y comunicar su conocimiento.

Montero, Pedroza, Astiz y Vilanova (2015) consideran que el primer paso que deben dar los docentes para poder llevar a cabo modificaciones en la práctica pedagógica y así tomar decisiones que influyan positivamente en los procesos de aprendizaje de los alumnos, es conocer las actitudes de estos en el tema de la asignatura en particular y en la formación matemática en general. Mencionan además, que uno de los objetivos prioritarios en la enseñanza de las matemáticas debiera ser el elevar la apreciación afectiva de los estudiantes a través de propuestas

metodológicas, de tal manera que ellos puedan establecer la significatividad de los contenidos y así promover los cambios curriculares y estrategias pedagógicas necesarias, con la finalidad de favorecer una actitud positiva, de tal manera que lleguen a disfrutar el trabajo en clases, aumenten la confianza, presenten seguridad en la aplicación de los conocimientos y puedan reconocer claramente la utilidad de los contenidos. La importancia que los estudiantes le asignen a los contenidos dependen en gran manera de la valoración que hagan de ellos para su futuro y desarrollo profesional.

Estrada Roca y Díez-Palomar (2011) resaltan la importancia del dominio afectivo al enfrentarse a un problema matemático, este viene a ser un mediador y juega un papel importante desde que el estudiante lee la actividad y trata de entender el problema para comenzar a resolverlo; mencionan además que la actitud con la que se presente el problema, puede determinar de manera significativa el resultado al que finalmente se llega y si se es capaz o no de encontrar solución.

López, Castro y Molina (2013) estudiaron acerca de la relación entre las actitudes que tienen los estudiantes hacia las matemáticas y el uso de la tecnología que se emplea en su enseñanza. Mencionan que, al trabajar temas de matemáticas con el apoyo de la tecnología, aumenta notablemente la motivación de los estudiantes hacia el aprendizaje de las matemáticas, registrándose además un cambio positivo en las actitudes hacia esta materia. Al hacer uso de la tecnología en el proceso de enseñanza - aprendizaje de las matemáticas existe una tendencia positiva hacia ellas, por esa razón se considera importante la implementación de herramientas tecnológicas como un recurso didáctico en las clases, tomando como referencias las correlaciones positivas ente actitudes hacia las matemáticas y el uso de la tecnología.

Por lo mostrado hasta este punto con respecto a la postura de los autores sobre el tema en estudio, en la presente investigación se pretendió responder la pregunta: ¿Cuál es el efecto del uso de geometría dinámica en el aprendizaje y la actitud hacia las matemáticas de los estudiantes de preparatoria de la UNAV, durante el curso 2017-2018?

Método

Esta investigación fue de tipo explicativo cuantitativo, puesto que se describe el comportamiento de las variables tanto en el pre-test como en el post-test, y se explica la actitud hacia las matemáticas con el uso de geometría dinámica. Presentó un diseño cuasi-experimental, ya que se analizó un grupo de tratamiento sin seleccionar a los sujetos aleatoriamente y se valoró

el aprendizaje y la actitud hacia las matemáticas del estudiante antes y después de utilizar las herramientas tecnológicas en su proceso de aprendizaje. A continuación, se describen las actividades que se llevaron a cabo como tratamiento en la investigación.

Actividad 1. En esta actividad se pretendió reforzar el concepto de parábola como lugar geométrico, e identificar sus elementos a través de la exploración y manipulación del software de geometría dinámica. Previamente se solicitó al alumno que realizara una investigación acerca del concepto de parábola y las aplicaciones prácticas que tiene.

Según Lehmann (1989), una parábola es “el lugar geométrico de un punto que se mueve en un plano, de tal manera que su distancia de una recta fija, situada en el plano, es siempre igual a su distancia de un punto fijo del plano y que no pertenece a la recta” (p. 149). A partir de esta premisa se desarrolló esta primera actividad.

El alumno realizó los siguientes pasos proporcionados por el docente:

- Ubicar un punto F en el plano y trazar una recta L a cualquier distancia del punto F, y sobre ella colocar un punto A.
- Trazar una recta perpendicular a L y que pase por el punto A.
- Trazar el segmento AF y posteriormente su mediatriz.
- Encontrar la intersección entre la recta perpendicular y la mediatriz, y nombrarlo C (ver Figura 1).

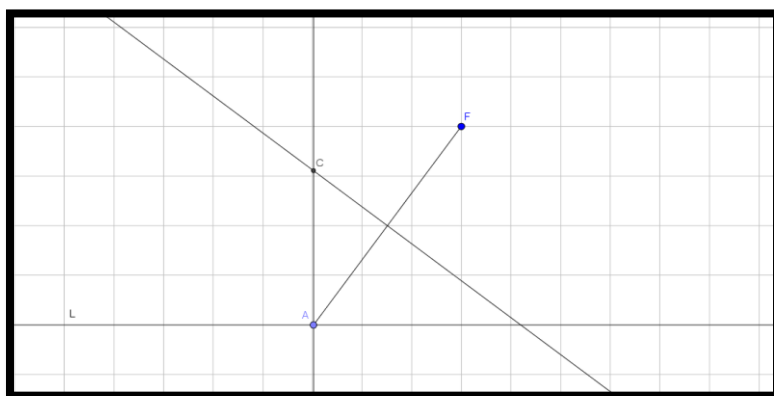


Figura 1. Intersección entre la mediatriz del segmento AF y la perpendicular a la recta L.

- Ocultar la recta de la mediatriz y la perpendicular.
- Activar el rastro de C y desplazar el punto A sobre la recta L. (ver Figura 2)

Se planteó la pregunta: ¿Cómo cambian los segmentos AC y CF?

- Guardar la ventana de trabajo.
- Una vez realizado cada uno de los pasos, el alumno respondía los siguientes cuestionamientos: ¿Cuáles son las medidas de los segmentos AC y CF? ¿Cómo son entre sí estos segmentos? ¿Cumple con la definición de parábola descrita por Lehman?

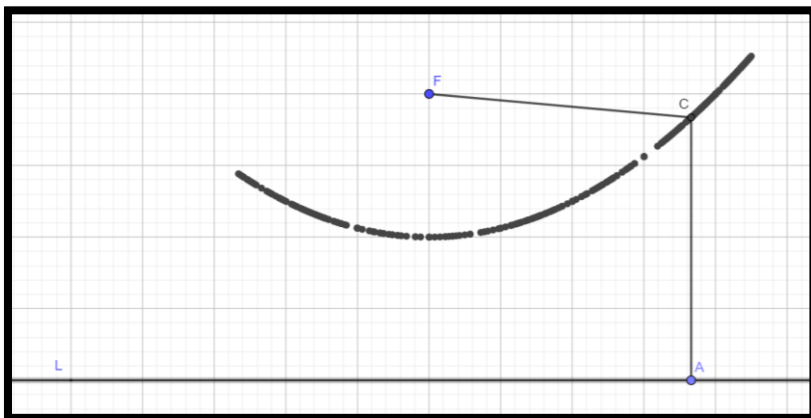


Figura 2. Rastro del punto C, al desplazar el punto A sobre la recta L.

Actividad 2. En esta actividad se buscó que el alumno definiese cada uno de los elementos de la parábola a partir de las características que observó al hacer uso de GeoGebra. Pasos a realizar en la Actividad 2:

- Buscar y abrir el archivo guardado de la Actividad 1.
- Partiendo de los trazos ya realizados, seleccionar el botón de parábola a partir del punto F y la recta L, trazar la parábola. Manipular la posición tanto de la recta como del punto F y observar lo ocurrido (ver Figura 3).

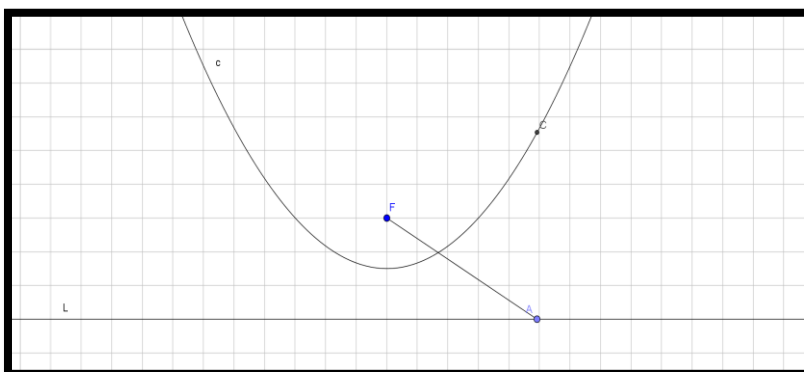


Figura 3. Construcción de la parábola a partir de icono de GeoGebra.

Realizados estos dos pasos se identificó a F como foco de la parábola y a L como directriz, siendo estos los dos primeros elementos que el estudiante tuvo que definir, de acuerdo con las características que observó. Posteriormente continuó con los siguientes pasos:

- Trazar un segmento que mida la distancia entre el foco y la directriz y encontrar la intersección del segmento con la parábola, nombrarlo V (vértice). Describir la definición de Vértice.
- Trazar el segmento VF nombrarlo P y calcular su medida, y compararlo con la distancia de V a la directriz. Desplazar el Foco y observar que sucede con el segmento P y la distancia del vértice a la directriz. ¿Sucederá así en todas las parábolas o habrá alguna donde no se cumpla esta característica? (ver Figura 4).

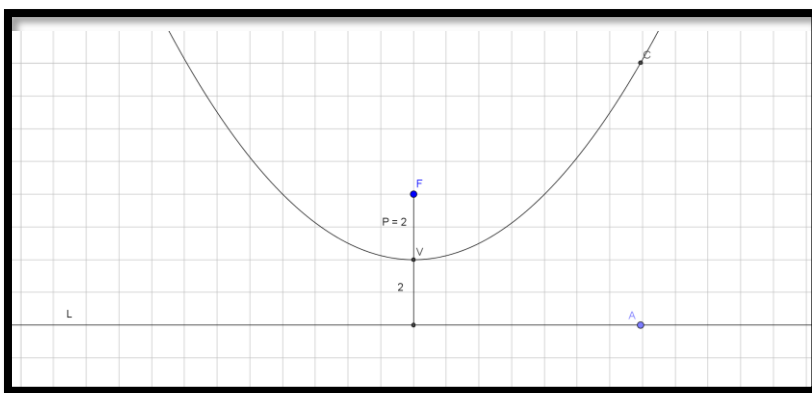


Figura 4. Comparación entre la distancia Foco-Vértice y Vértice-Directriz.

- Anotar conclusiones e identificar el valor de P a partir de la distancia entre el Foco y la Directriz. Continuando con la actividad 2 el alumno realizó los siguientes procedimientos:
 - Trazar una recta paralela a la directriz y que además pase por el foco y encontrar los puntos de intersección entre ella y la parábola. Llamar a cada intersección R1 y R2 respectivamente. Posteriormente ocultar la paralela a la directriz.
 - Medir el segmento que une los puntos R1 y R2 y llamarlo Lado Recto (LR) (ver Figura 5).

Una vez realizados los pasos anteriores el alumno escribió la definición de Lado Recto, y describió la relación entre el Lado Recto (LR) y la distancia del vértice al Foco (segmento P). Concluida esta actividad, el alumno ubicó y señaló cada uno de los elementos de la parábola, esta fue realizada en GeoGebra. Después se le asignó la siguiente actividad:

- Construye las siguientes parábolas a partir de los elementos dados:
 - a) Las coordenadas de los extremos del lado recto son: $R1(2,1)$ y $R2(-2,1)$.
 - b) Foco en $(5/2, 0)$
 - c) Directriz: $x = 4$
 - d) Directriz: $y = 7/2$

De esta manera se buscó abordar el concepto de la parábola y de sus elementos.

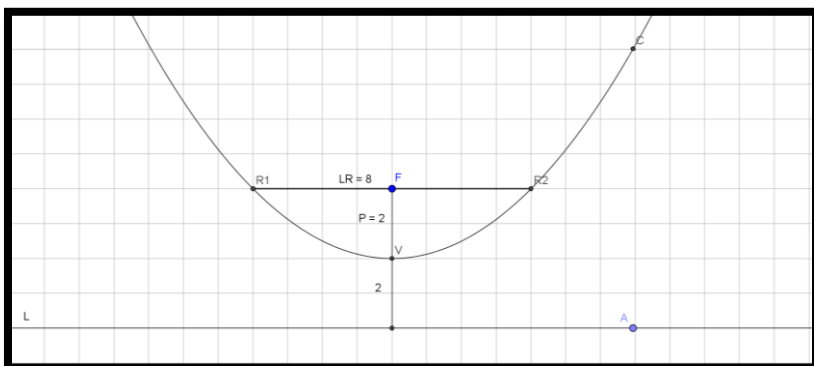


Figura 5. Trazo del lado recto de la parábola.

Actividad 3. De acuerdo con los conocimientos previos, acerca de la construcción de una parábola a través de GeoGebra, y la identificación de sus elementos, el alumno realizó lo siguiente:

- Construir una parábola vertical con centro en el origen, tal y como se muestra en la Figura 6.

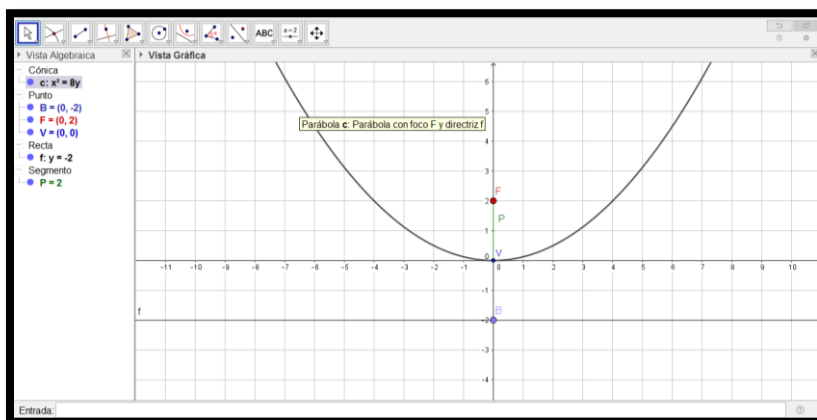


Figura 6. Gráfica de la parábola vertical con centro en el origen y su ecuación.

- Cambiar el color de la gráfica para identificarla de acuerdo con su ecuación.

Una vez realizado lo anterior, el alumno analizó la gráfica y su ecuación, respondiendo la siguiente pregunta: ¿Qué relación existe entre el valor del coeficiente de “y” y el valor de “P” (distancia del vértice al foco)? ¿Cómo crees que el coeficiente afecta a la gráfica?

En las conclusiones, el docente presentó a los alumnos la ecuación $x^2 = 4py$, como la ecuación ordinaria de la parábola vertical con vértice en el origen, y el alumno verificó su respuesta anterior con el siguiente procedimiento:

- Abrir una ventana nueva y agregar un deslizador de nombre “a” y colocarle un valor mínimo de -10 y máximo de 10 (ver Figura 7).
- Ingresar la ecuación ordinaria de la parábola con vértice en el origen, reemplazando el coeficiente “4p” por “a” (ver Figura 7).
- Interactuar con el deslizador y observar lo ocurrido.

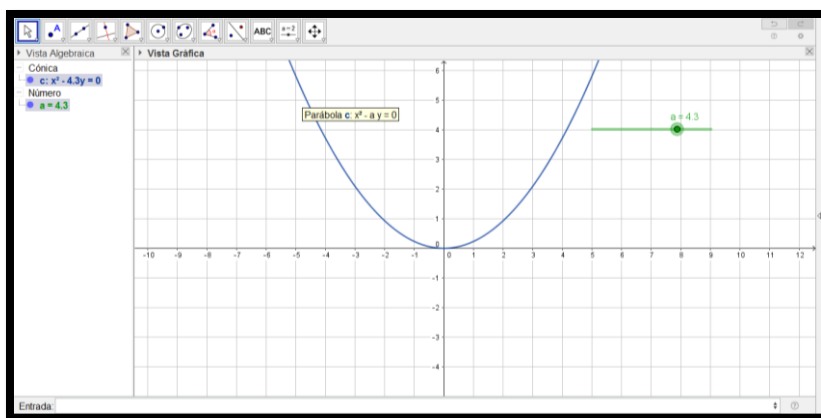


Figura 7. Ecuación ordinaria de una parábola con vértice en el origen y su gráfica.

Posteriormente el alumno respondió las siguientes preguntas:

- ¿Qué sucede si el coeficiente de y es positivo?
- ¿Qué sucede si el coeficiente de y es negativo?
- ¿Qué sucede si el coeficiente de y es cero?
- ¿Qué le ocurre a la gráfica si el coeficiente de la y continúa incrementado o disminuyendo?

Una vez respondidas las preguntas anteriores, se proporcionó al estudiante, ecuaciones de parábolas verticales con vértice en el origen, esperando que aun sin graficarlas, pudieran

predecir si estas abren hacia arriba o hacia abajo. Posteriormente graficaron las ecuaciones y encontraron sus elementos.

Actividad 4. En esta actividad se desarrolló la actividad tres, con la variante de que ahora, la parábola era horizontal, y en las conclusiones, el docente presentó la forma de la ecuación ordinaria de la parábola horizontal con vértice en el origen ($y^2 = 4px$).

Actividad 5. Con esta actividad se buscó que el alumno a través de GeoGebra pudiera manipular las ecuaciones de las parábolas con vértice en el origen, restando o sumando valores a las variables y observar el comportamiento de las gráficas, logrando visualizar que los valores añadidos a las variables corresponden a las coordenadas del vértice de la parábola. De esta forma se buscó abordar el subtema de ecuación ordinaria de parábolas verticales y horizontales, con vértice fuera del origen. Procedimiento a realizar:

- Reescribir la ecuación $x^2 = 4py$ restándole un valor h a la variable x antes de elevarla al cuadrado, sustituyendo $4p$ por a , y restando un valor k a la variable y ($(x-h)^2 = a(y-k)$).
- El programa automáticamente solicitará crear deslizadores para las variables a , h y k . Aceptar la creación de los deslizadores.
- Cambiar las propiedades de los deslizadores, asignándoles valores mínimos de -10 y máximos de 10 y un incremento de 1. Modificar el color de cada deslizador.
- Insertar un texto en el cual se escribirá la ecuación ingresada en el primer paso, con la consigna de que al colocar las variables a , h y k , se seleccionen los puntos correspondientes en la vista algebraica en lugar de escribir la letra, esto crea una relación entre el texto y los valores de cada variable mencionada.
- Cerrar la vista algebraica y modificar las propiedades del color y tipo de letra del texto para una mejor claridad.

Los pasos realizados en esta actividad pueden apreciarse en la Figura 8.

Una vez realizado lo anterior el alumno movió los botones de los deslizadores y observó lo que ocurre con la gráfica, posteriormente respondió las siguientes preguntas: ¿Qué sucede con la gráfica si el valor de a es cero?, ¿qué sucede con la gráfica si el valor de h es cero? y ¿si h es un número cualquiera positivo?, ¿qué ocurre con la gráfica al cambiar los valores de h ? ¿Qué sucede con la gráfica si el valor de k es cero? y ¿si k es un número cualquiera positivo?,

¿qué ocurre con la gráfica al cambiar los valores de h ? Los valores (h, k) ¿a qué elemento de la parábola corresponden?

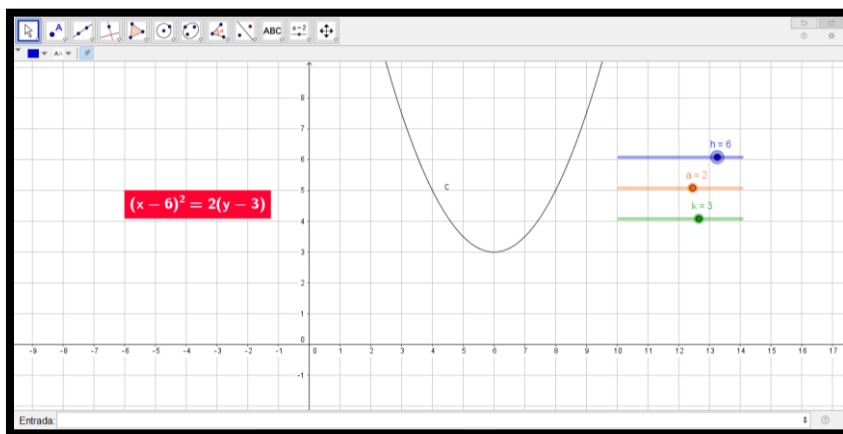


Figura 8. Vista final de los pasos realizados en la actividad 4.

Una vez dadas las conclusiones por el docente, se les proporcionó a los alumnos ecuaciones ordinarias de la parábola con vértice fuera del origen, para que sin graficar pudieran predecir los elementos de la parábola y realizar un bosquejo. Posteriormente graficaron en GeoGebra las ecuaciones para corroborar sus resultados.

Actividad 6. En la actividad 6 se repitió la actividad 5, pero ahora usando la ecuación $y^2 = 4px$ para que alumno visualizara tanto parábolas verticales como horizontales con vértice fuera del origen, de tal manera que el alumno, al observar una ecuación, supiera que se trata de una parábola horizontal o vertical, y fuera capaz de identificar algunos elementos sin graficarla.

Antes y después de realizar las actividades presentadas, se valoró la actitud de los alumnos hacia las matemáticas con la Escala Medición Actitud hacia las Matemática, adaptada y utilizada por Gómez (2012) y que evalúa los aspectos afectivos, cognitivos, conductuales y valorativos de la actitud. Esta es una escala validada por el método de los grupos extremos y por el método de correlación ítem test. Es una escala Likert de 34 ítems, donde el alumno debe indicar para cada ítem el grado de identificación, marcando una de las cinco opciones: totalmente de acuerdo (TA), de acuerdo (A), no sabe o no puede responder, indiferente (I), en desacuerdo (D) y totalmente en desacuerdo (TD).

Para medir el rendimiento académico se utilizó un examen de conocimiento acerca de la

parábola como lugar geométrico, el cual estaba formado por cuatro secciones. En general el rendimiento académico se midió en una escala de 0 a 37 puntos. La primera sección contenía una pregunta abierta acerca del concepto de la parábola con un valor mínimo de 0 y máximo de 2. La segunda sección consistió en ubicar correctamente los elementos de la parábola en el esquema proporcionado. El valor de cada elemento ubicado correctamente fue de 1. La escala en esta sección fue de 0 a 5. En la tercera sección se proporcionaron dos ecuaciones de la parábola y a partir de ellas trazar sus gráficas. Posteriormente se indicó ubicar: la coordenada del vértice, la longitud del lado recto, el valor de P, la coordenada del foco y la ecuación de la directriz. La escala en esta sección fue de 0 a 20. En la última sección, se proporcionó un problema de aplicación que podía ser resuelto utilizando GeoGebra; la escala en esta sección fue de 0 a 10.

El análisis de confiabilidad se realizó utilizando el alfa de Cronbach. En el instrumento para medir el conocimiento de la parábola se obtuvo un alfa de Cronbach de .611 en el pre test y .707 en el post test. En la escala de actitud se obtuvo un alfa de Cronbach de .929 en el pre test y .883 en post test. Estos valores obtenidos están dentro del margen aceptable. Se analizó además la consistencia interna de cada subescala de la variable actitud hacia las matemáticas. En la subescala, aspecto afectivo, se encontró en el pre test, un alfa de Cronbach de .873 mientras que en el post test fue de .788. En la subescala de aspecto cognitivo los valores que se obtuvieron del alfa de Cronbach fueron de .571 y .333, para el pre y post test, respectivamente. En la subescala, aspecto conductual, se obtuvo un alfa de Cronbach de .743 en el pre test y de .647 en el post test. Por último, se analizó la subescala aspecto valorativo, en la cual se obtuvo un alfa de Cronbach de .778 y .646, en el pre teste y post test, respectivamente.

Resultados

La variable conocimiento de la parábola, se midió en una escala de 0 a 37; en el pre-test, obtuvo una media de 2.07 con una desviación estándar de 1.89, mientras que en el post-test se obtuvo una media de 17.42 con una desviación estándar de 5.03. El coeficiente de asimetría en el pre-test fue de 0.835 mientras que en el post-test de -0.195; el valor de la curtosis fue de -0.614 para el pre-test y de -0.546 en el post-test, estos valores están en el rango de una distribución normal.

En el pre-test, el puntaje mínimo registrado fue de 0 puntos y un máximo de 6 puntos, mientras que, en el post-test, el puntaje mínimo registrado fue de 6 puntos y un máximo de 25

puntos. El puntaje máximo registrado en el pre-test fue el mínimo registrado en el post test, esto muestra evidencia de incremento de la variable *conocimiento de la parábola* (ver Figura 9).

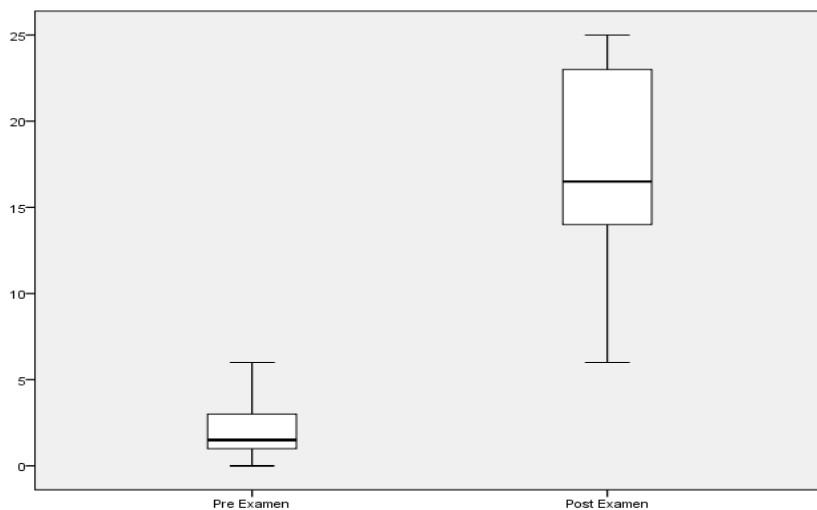


Figura 9. Diagrama de caja y bigotes de la variable conocimiento de la parábola, del pre-test y post-test.

Al comparar cada ítem del pre-test y del post-test se encontró que en el pre-test el ítem 2, “ubicación del vértice”, es el de mayor promedio entre los estudiantes, con una media de 0.58 ($DE = 0.504$). Se registraron además ítems en los cuales la media fue de cero puntos (ítems 7 al 17, 20 y 21), lo cual indica que, entre todos los estudiantes, ninguno contestó correctamente esos ítems o bien, no respondieron.

En el post-test, los ítems dos; *ubicación del vértice* y cuatro; *ubicación del foco*, fueron los ítems donde no hubo error, es decir fueron contestados correctamente por todos los alumnos, teniendo una media de 1.00; cabe señalar que los ítems del dos al seis fueron evaluados en una escala de cero (respuesta incorrecta) y uno (respuesta correcta), mientras que el resto tuvo una escala del cero al dos, donde el uno se interpretaba como una respuesta parcialmente correcta. Los ítems con mayor promedio después del dos y del cuatro fueron el siete, *coordenada del vértice* y ocho, *longitud del lado recto*, con una media de 1.92 y con una desviación estándar de 0.392, en ambos casos. El único ítem con una media igual a cero, fue el ítem 20, *altura del foco respecto a la base*. La comparación del resto de los ítems en cuanto a su media y desviación estándar pueden observarse en la Tabla 4.

Tabla 1

Descriptivos de los ítems de la variable conocimientos de la parábola

Reactivo	Pre-test		Post-test	
	<i>M</i>	<i>DE</i>	<i>M</i>	<i>DE</i>
1. Concepto matemático de parábola	0.04	0.196	0.58	0.703
2. Ubicación del vértice	0.58	0.504	1.00	0.000
3. Ubicación de la directriz	0.27	0.452	0.92	0.272
4. Ubicación del foco	0.38	0.496	1.00	0.000
5. Ubicación del lado recto	0.27	0.452	0.81	0.402
6. Ubicación del eje de la parábola	0.38	0.496	0.73	0.452
7. Coordenada del vértice 1	0.00	0.000	1.92	0.392
8. Longitud del lado recto 1	0.00	0.000	1.92	0.392
9. Valor de p 1	0.00	0.000	1.88	0.431
10. Coordenada del foco 1	0.00	0.000	1.54	0.859
11. Ecuación de la directriz 1	0.00	0.000	0.85	1.008
12. Coordenada del vértice 2	0.00	0.000	1.15	1.008
13. Longitud del lado recto 2	0.00	0.000	0.88	0.993
14. Valor de p 2	0.00	0.000	0.92	1.017
15. Coordenada del foco 2	0.00	0.000	0.50	0.860
16. Ecuación de la directriz 2	0.00	0.000	0.19	0.567
17. Ecuación del arco parabólico	0.00	0.000	0.12	0.431
18. Altura que alcanza el arco respecto al suelo	0.08	0.392	0.15	0.543
19. Medida de la base	0.08	0.392	0.27	0.667
20. Altura del foco respecto a la base	0.00	0.000	0.00	0.000
21. Coordenas de los extremos del lado recto	0.00	0.000	0.08	0.272

Actitud hacia las matemáticas

La variable *actitud hacia las matemáticas*, se midió en una escala del 34 al 170. Se obtuvo una media de 105.81 (52.8% de la escala) y una desviación estándar de 20.94 en el pre-test, mientras que en el post-test la media fue de 117.62 (61.4% de la escala), con una desviación estándar de 17.19. El valor mínimo registrado en el pre-test fue de 78 y el máximo de 145, mientras que en el post-test fue de 80 y 159 respectivamente, esto muestra un incremento en la variable (ver Figura 10).

Se analizaron los componentes de la actitud hacia las matemáticas en el pre-test y post-test (ver Tabla 5). En cada caso, hubo un incremento en su media; el componente cognitivo fue el que presentó un mayor crecimiento, sin embargo, tanto en el pre-test como el post-test, el componente con el mayor porcentaje fue el componente valorativo.

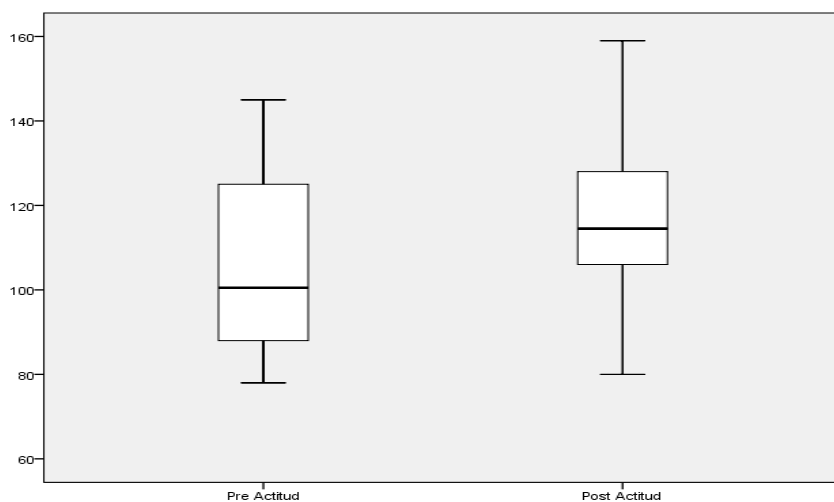


Figura 10. Diagrama de caja y bigotes de la actitud hacia las matemáticas, pre-test y post-test.

Tabla 2

Descriptivos de los componentes de la variable actitud en el pre-test y el post-test

		<i>M</i>	<i>DE</i>	%
Afectivo	Pre actitud	42.9	10.191	46.5
	Post actitud	48.2	8.895	55.3
Cognitivo	Pre actitud	15.9	3.123	54.6
	Post actitud	18.4	2.699	66.9
Conductual	Pre actitud	26.7	5.424	58.4
	Post actitud	29.0	4.359	65.5
Valorativo	Pre actitud	20.3	4.873	79.5
	Post actitud	22.1	4.069	88.9

Nota: el porcentaje se refiere a la ubicación de la media en una escala de 0 a 100.

Prueba de hipótesis

La prueba que se llevó a cabo se hizo con base en los resultados obtenidos de los 26 estudiantes del segundo semestre de preparatoria que conforman la muestra y se procedió a observar si el uso de la geometría dinámica produce un efecto positivo en el aprendizaje y la actitud hacia las matemáticas.

H_{01} : No existe diferencia entre el pre y el post-test de conocimiento de la parábola. En este caso se rechaza la hipótesis nula ya que el nivel de significancia de la prueba t de Student para muestras pareadas fue menor a .05 ($t_{(25)} = 16.361$, $p = .000$). Esto indica que el uso de la geometría dinámica (GeoGebra) tiene un efecto positivo en el aprendizaje de la geometría en el tema de la parábola. El tamaño del efecto según la d de Cohen fue muy importante ($d = 4.031$).

H_{02} : No existe diferencia entre el pre y el post-test de la actitud hacia las matemáticas.

La hipótesis nula se rechaza ya que el nivel de significancia de la prueba t de Student para muestras pareadas fue menor a .05 ($t_{(25)} = 3.599$, $p = .001$), indicando que el uso de la geometría dinámica tiene un efecto positivo sobre la actitud hacia las matemáticas. El tamaño del efecto que se registró en la variable actitud, según la d de Cohen fue de 0.616, lo cual ya se considera un efecto medianamente importante.

Discusión

Los resultados de la presente investigación indican que el uso de geometría dinámica tiene un efecto positivo en el aprendizaje de la geometría y en las actitudes hacia las matemáticas, en alumnos de segundo semestre de preparatoria del Colegio del Pacifico. Estos resultados concuerdan con los obtenidos por Bhagat y Chang (2015), quienes llevaron a cabo un estudio con 50 estudiantes divididos en dos grupos, control y experimental, comparando la enseñanza de tradicional (papel y lápiz) con el uso de GeoGebra. El tema que abordaron fue de ángulos inscritos y centrales en una circunferencia. Encontraron que el grupo experimental presentó una mayor puntuación, una mejora en el razonamiento y visualización de los problemas.

En el estudio realizado por Briseño Miranda y Guzmán Hernández (2015) se basaron en la teoría de representaciones y en la visualización de objetos matemáticos con la ayuda de la tecnología. Los participantes primeramente realizaron las actividades en un ambiente de papel y lápiz y postreramente en un ambiente tecnológico, haciendo uso de un software de geometría dinámica. Los resultados obtenidos muestran que, al trabajar en ambiente de papel y lápiz, los alumnos, en su mayoría, visualizan las figuras de acuerdo con su percepción sin hacer uso de las propiedades o descomposición de la figura en partes más simples. De manera similar, se pudo observar en esta investigación que la mayoría de los alumnos lograron visualizar los elementos de la parábola, así como las propiedades de cada una de las parábolas presentadas en el examen de conocimiento.

Para Domingo Coscollola y Marqués Graells (2011) el uso de la tecnología en las matemáticas ha contribuido para que los alumnos presten mayor atención a las clases de matemáticas, aumentando la participación y mayor comprensión. En los resultados de este estudio se pudo observar una mejoría en la actitud hacia las matemáticas después de trabajar con el software educativo GeoGebra, esto puede deberse a que los estudiantes se sienten atraídos al trabajar con

tecnología, según lo mencionan Lee y Yuan (2010). Inclusive los resultados encontrados evidencian de manera consistente lo encontrado por López, Castro y Molina (2013), en donde al estudiar la relación entre las actitudes hacia las matemáticas de los estudiantes y el uso de la tecnología en la enseñanza, encontraron que la motivación de los estudiantes hacia el aprendizaje de las matemáticas aumentaba significativamente, registrando así un cambio positivo en las actitudes hacia la materia

Conclusiones

Se encontró un efecto positivo y muy importante (según la d de Cohen) del uso de geometría dinámica (GeoGebra) en el aprendizaje de los alumnos, lo cual muestra que, a través de ella, los alumnos pueden aprender conceptos y propiedades de los lugares geométricos; sin embargo, no se logró que los alumnos resolvieran de forma eficaz un problema de aplicación haciendo uso del GeoGebra. Además, se encontró una diferencia significativa entre la actitud hacia las matemáticas antes y después de usar GeoGebra en el proceso de aprendizaje. El crecimiento observado fue desde un 52.8% hasta un 61.4%. Esto indica que el uso de geometría dinámica tiene un efecto positivo sobre la actitud hacia las matemáticas.

Referencias

- Asunda, P. A. (2010). Manual arts to technology education: Are we ripe for infusing aspects of a green technology into career and technical education constituent subjects? *Career and Technical Education Research*, 13(3), 175-187. doi:10.5328/cter35.313
- Autio, O., Hietanoro, J. y Ruismäki, H. (2011). Taking part in technology education: Elements in students' motivation. *International Journal of Technology & Design Education*, 21, 349-361. doi: 10.1007/s10798-010-9124-6
- Avci, Z. Y., Keene, K. A., McClaren, L. H. y Vasu, E. S. (2015). An Exploration of Student Attitudes towards Online Communication and Collaboration in Mathematics and Technology. *International Online Journal of Educational Sciences*, 7(1), 110-126. doi: <http://dx.doi.org/10.15345/iojes.2015.01.010>
- Bhagat, K. K. y Chang, C. Y. (2015). Incorporating Geogebra into geometry learning- A lesson from India. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education* 11(1), 77-86.
- Briseño Miranda, C. y Guzmán Hernández, J. (mayo, 2015). *Construcción de conceptos matemáticos mediante la visualización geométrica*. Trabajo presentado en la XIV Conferencia Iberoamericana de Educación Matemática CIAEM, Tuxtla Gutiérrez, Chiapas. Recuperado de file:///C:/Users/Madeley/Downloads/701-3423-1-PB.pdf
- Cabezas, M. (2007). Las TIC aplicadas a la formación: una experiencia pedagógica en la enseñanza del diseño bidimensional. *Revista Investigación Acción: I + A*, 11(10), 9-25.
- Castillo, S. (2008). Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 11(2), 171-194.

- Cedillo Ávalos, T. E. (2006). La enseñanza de las matemáticas en la escuela secundaria: Los sistemas algebraicos computarizados. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 11(28), 129-153.
- Coffland, D. A. y Strickland, A. W. (2004). Factors related to teacher use of technology in secondary geometry instruction. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 23(4), 347-365.
- Cowan, J. E. (2012). Strategies for developing a community of practice: nine years of lessons learned in a hybrid technology education master's program. *Tech-Trends*, 56(1), 12-18. doi:<https://doi.org/10.1007/s11528-011-0549-x>
- Díaz Abahonza, E. H. (2014). *El uso de las TICS como medio didáctico para la enseñanza de la geometría* (Tesis de Maestría). Universidad Nacional de Colombia, Manizales, Colombia.
- Domingo Coscollola, M. y Marquès Graells, P. (2011). Aulas 2.0 y uso de las TIC en la práctica docente. *Comunicar. Revista Científica de Educomunicación*, 19(37), 169-175. doi: <https://doi.org/10.3916/C37-2011-03-09>
- Estrada Roca, A., y Díez-Palomar, J. (2011). Las actitudes hacia las Matemáticas. Análisis descriptivo de un estudio de caso exploratorio centrado en la Educación Matemática de familiares. *Revista de Investigación en Educación*, 9(2), 116-132.
- Gómez, N. (2012). *Relación entre la capacidad de memoria de trabajo en estudiantes de secundaria del colegio general Ignacio Zaragoza y su actitud hacia las matemáticas* (Tesis de Maestría). Universidad de Montemorelos, México.
- Gutiérrez Rodríguez, A. (septiembre, 2005). *Aspectos de la investigación sobre aprendizaje de la demostración mediante exploración con software de geometría dinámica*. Trabajo presentado en el Noveno Simposio de la Sociedad Española de Educación Matemática, Córdoba, España. Recuperado de <http://www.seiem.es/docs/actas/09/Actas09SEIEM.pdf>
- Hallström, J. y Gyberg, P. (2011). Technology in the rearview mirror: How to better incorporate the history of technology into technology education. *International Journal of Technology & Design Education*, 21(1), 3-17. doi:10.1007/s10798-009-9109-5
- Kuzniak, A. y Rauscher, J. C. (2011). How do teachers' approaches to geometric work relate to geometry students' learning difficulties? *Educational Studies in Mathematics*, 77, 129-147. doi:10.1007/s10649-011-9304-7
- Lee, C. Y y Yuan, Y. (2010). Gender differences in the relationship between taiwanese adolescents' mathematics attitudes and their perceptions toward virtual manipulatives. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 8(5), 937-950. doi:<https://doi.org/10.1007/s10763-010-9193-8>
- Lehmann, C. H. (1989). *Geometría analítica*. México, DF. LIMUSA
- López, R., Castro, E. y Molina, M. (2013). Actitudes de estudiantes de ingeniería de nuevo ingreso hacia el uso de la tecnología en matemáticas. *PNA*, 8(1), 31-50.
- Maduro, R., Bolívar, E., Iturriza, H., Barrios, N., García, H. y Rodríguez, J. (2007). Enseñanza de la matemática desde una perspectiva andragógica. *Educación y Educadores*, 10(2), 51-61.
- McGarr, O. (2010). Education for sustainable development in technology education in Irish schools: a curriculum analysis. *International Journal of Technology and Design Education*, 20, 317-332. doi:10.1007/s10798-009-9087-7
- Montero, Y. H., Pedroza, M. E., Astiz, M. S. y Vilanova, S. L. (2015). Caracterización de las actitudes de estudiantes universitarios de Matemática hacia los métodos numéricos. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 17(1), 88-99.
- Orozco-Moret, C. y Labrador, M. E. (2006). La tecnología digital en educación: Implicaciones en el desarrollo del pensamiento matemático del estudiante. *THEORIA. Ciencia, Arte y Humanidades*, 15(2), 81-89.
- Pierce, R. y Ball, L. (2009). Perceptions that may affect teachers' intention to use technology in secondary mathematics classes. *Educational Studies in Mathematics*, 71 (3), 299-317. doi: <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9177-6>

- Prieto González, J. L. y Torregrosa Gironés, G. (2010). Integración de instrumentos técnicos y conceptuales en la enseñanza de la geometría. Una propuesta para la formación inicial de maestros. *Horizontes Educativos*, 15(1), 81-93.
- Renes, S. L. y Strange, A.T. (2011). Using technology to enhance higher education. *Innovative Higher Education*, 36, 203-213. doi: <https://doi.org/10.1007/s10755-010-9167-3>
- Rey, J. A., Quiroga, P. y Martínez, G. C. (2013). Adaptación de un enfoque para el diseño de secuencias didácticas que permitan el desarrollo de actitudes positivas hacia las matemáticas. *Revista Científica*, (Edición especial), 301-307.
- Unkefer, L. C., Shinde, S. y McMaster, K. (2009). Integrating advanced technology in teacher education courses. *TechTrends*, 53(3), 80-85.
- Wood, R. y Ashfield, J. (2008). The use of the interactive whiteboard for creative teaching and learning in literacy and mathematics: A case study. *British Journal of Educational Technology*, 39(1), 84-96. doi:10.1111/j.1467-8535.2007.00703.x
- Yang, D. C. y Tsai, Y. F. (2010). Promoting sixth graders' number sense and learning attitudes via technology-based environment. *Educational Technology & Society*, 13(4), 112-125.
- Yavuz Mumcu, H. y Cansiz Aktas, M. (2015). Multiprogram high school students' attitudes and self-efficacy perceptions toward mathematics. *Eurasian Journal of Educational Research*, 59, 207-226.
- Zembar, I. O. (2008). Preservice teachers' use of different types of mathematical reasoning in paper-and-pencil versus technology-supported environments. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 39(2), 143-160. doi: <https://doi.org/10.1080/00207390701828705>