

CAPACIDAD PARA RESOLVER PROBLEMAS Y SU RELACIÓN CON EL RENDIMIENTO ACADÉMICO

Gloria L. Aguilar
Jaime Rodríguez
glao6@hotmail.com

Un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero en la solución de todo problema hay un cierto descubrimiento, (Polya, 1997: 5).

Resolver problemas es una actividad en la que se participa a diario y de diversas maneras. La forma en que se enfrentan los problemas determina en gran medida su solución. De igual forma la solución de problemas matemáticos requiere de estrategias que permitan resolverlos de manera satisfactoria. El ser humano es un ser pensante, creado por Dios y dotado de facultades que le permiten plantear y solucionar problemas haciendo uso de las herramientas puestas a su alcance (White, 1974). Es su responsabilidad desarrollar esas facultades. Además, los maestros deben proveer actividades para desarrollar en los alumnos habilidades de razonamiento y resolución de problemas, que contribuyan no sólo a la obtención de un resultado matemático sino también a identificar mejores estrategias que les permitan enfrentarse a la vida misma, haciendo uso de las capacidades que Dios les dio.

El maestro busca continuamente una explicación del porque los alumnos no logran resolver un problema matemático. Según Malaspina (2005), algunas deficiencias en el uso de proposiciones, procedimientos, estrategias y argumentos, son las principales causas. Se han observado alumnos que hacen uso de un lenguaje formalizado, pero que sin embargo no logran resolver problemas. Se observa además una ausencia de justificación de los resultados y en algunos casos los alumnos muestran capacidades para intuir las respuestas correctas, pero no han sido fortalecidas con experiencias previas tales como el uso de argumentos válidos.

Por su parte Bañuelos (1997), al hacer un estudio con 120 estudiantes de bachillerato encontró diferencias estadísticamente significativas en la capacidad para resolver problemas de acuerdo con el tipo de problema. No encontró diferencias en cuanto al rendimiento escolar en relación con las estrategias empleadas por los alumnos. Ahora bien, es claro que al hacer un estudio sobre resolución de problemas hay muchas variables que se podrían analizar. El objetivo en el presente trabajo es el de identificar que estrategias de resolución de problemas emplean los estudiantes de secundaria y determinar si la capacidad de resolver problemas esta relacionada con el rendimiento académico.

Los problemas y su resolución

Para analizar las estrategias en la resolución de problemas, es preciso entender antes lo que implica. Cordero (2000) menciona que hay una diferencia básica entre los conceptos de ejercicio y problema. No es lo mismo hacer un ejercicio que resolver un problema. Una implica aplicar un algoritmo de forma más o menos mecánica, evitando las dificultades que introduce la aplicación de reglas cada vez más complejas, y la otra, dar una explicación coherente a un conjunto de datos relacionados dentro del contexto. La respuesta suele ser única en ambos

casos, pero la estrategia resolutoria está determinada principalmente por factores asociados a la madurez del individuo. Las estrategias de resolución de problemas son mucho más ricas que la aplicación mecánica de un algoritmo, pues implica crear un contexto donde los datos guarden una cierta coherencia. Desde este análisis se han de establecer jerarquías como ver qué datos son prioritarios, rechazar los elementos que distorsionan el problema, escoger las operaciones que los relacionan, estimar el rango de la respuesta.

Según Kudlik y Rudnik (citados en Gil Pérez y otros, 1988), en la literatura especializada hay muchas definiciones de problema y distintas clasificaciones. Aún así, entre los investigadores dedicados a la resolución de problemas en ciencias existe un consenso en considerar que un problema es una situación, cuantitativa o no, que pide una solución para la cual los individuos no conocen los medios o caminos evidentes para obtenerla.

Según Kantowski (citado en García, 2002), un problema es una pregunta que el alumno no sabe responder o una situación que es incapaz de resolver usando los conocimientos que tiene inmediatamente disponibles. En un ejercicio sin embargo, el estudiante conoce un algoritmo que una vez aplicado le llevará, con seguridad a una solución. En el peor de los casos, podrá ocurrir que no sepa exactamente cómo aplicar dicho procedimiento, pero sabe que ese procedimiento existe, que hay un libro que lo recoge y que hay un profesor que lo explica. En esta misma dirección, Parra (1990) establece que "un problema lo es en la medida en que el sujeto al que se le plantea (o que se plantea él mismo) dispone de los elementos para comprender la situación que el problema describe y no dispone de un sistema de respuestas totalmente constituido que le permita responder de manera inmediata" (p. 22). Pero sin duda alguna y según lo confirma Bracho (2006), es necesario considerar el interés matemático ya que varía de uno a otro problema y tiene mucho que ver con su formulación; puede ser atractiva o resultar un tanto tediosa y sin sentido. "Una cuidadosa secuencia en el procedimiento debería ayudar a los estudiantes y acostumbrarlos de manera sutil a enfrentarse por sí mismos a las situaciones, dotándolos además de forma natural de las destrezas que deben manejar".

Los problemas pueden clasificarse de distintas maneras. Por ejemplo, Perales (2000) los clasifica según la tarea requerida para su resolución en: problemas cuantitativos, los que demandan determinaciones numéricas, empleando ecuaciones y algoritmos de resolución; problemas cualitativos, cuando requiere de razonamientos lógicos deductivos que llevan a una explicación científica de la cuestión. Así pues existen problemas para los que no hay ningún algoritmo conocido que lo resuelva. Si todos los problemas fueran resolubles algorítmicamente, se justificaría plenamente desde el punto de vista matemático, una enseñanza centrada en el dominio de los algoritmos, dado que al fin y a la postre la matemática resuelve problemas. Puesto que no es así, tendrán que utilizarse otros argumentos para la enseñanza de los mismos. Inclusive, si un problema es resoluble algorítmicamente, existen distintos algoritmos que lo resuelven, y esto puede hacerse a través del uso de la tecnología.

Es por ello que la resolución de problemas es considerada en la actualidad como la parte más esencial de la educación matemática. Mediante la resolución de problemas, los estudiantes experimentan la potencia y utilidad de las matemáticas en el mundo que les rodea.

Resolución de problemas en la Educación Matemática

La resolución de problemas ha sido de especial importancia en el estudio de las matemáticas. Escobar (1997) menciona que entre las principales metas de la enseñanza y el aprendizaje particularmente de las matemáticas, está la de desarrollar la habilidad para resolver una

amplia variedad de problemas; es así como varios autores de textos de matemáticas y de su enseñanza incluyen sugerencias para una efectiva resolución de problemas.

Cabe mencionar que un obstáculo en cuanto al uso de la resolución de problemas como método para enseñar matemáticas puede ser la concepción que sobre esto tiene el mismo maestro de matemáticas. En educación matemática a casi nadie le resulta ajeno el término de resolución de problemas, pero se ha de mencionar que bajo esta aparente uniformidad se esconde una gama amplia de significados diferentes. Por lo tanto no será fácil encontrar a dos profesores que en esencia aporten una misma definición del término; un poco menos fácil aun, es que le otorguen el mismo papel en el currículo y todavía más difícil, que utilicen de igual forma la resolución de problemas en el aula (Contreras y Carrillo, 1998).

Para Polya (1997), un profesor de matemáticas tiene una gran oportunidad. Por un lado, si dedica su tiempo a ejercitar a los alumnos en operaciones rutinarias matará en ellos el interés, impedirá su desarrollo intelectual y acabará desaprovechando su oportunidad. Por el contrario, si plantea problemas adecuados a sus conocimientos y les ayuda a resolverlos por medio de preguntas estimulantes, podrá despertarles el gusto por el pensamiento independiente y proporcionarles ciertos recursos para ello.

Malaspina (2008) también considera que un aspecto importante al trabajar resolviendo problemas, es la invitación a plantearse nuevas preguntas a partir de un problema dado o hacerle modificaciones y resolver las nuevas cuestiones. Esta es una forma de estimular la creatividad y actitud investigadora y en muchos casos se presentan excelentes ocasiones para visualizar conexiones con otros campos de la matemática o del conocimiento.

Además, el National Council of Teachers of Mathematics (2000) enfatiza que la resolución de problemas es una parte integral en el aprendizaje de las matemáticas. Escobar (1997) añade que a muchos maestros y alumnos no les gusta resolver problemas, y que tal vez se deba a que no dan con los resultados correctos. Sin embargo e independientemente de sus razones, es necesario mencionar que la enseñanza de las matemáticas por medio de la resolución de problemas es muy efectiva. Hay un convencimiento general de que potencialmente todos los alumnos pueden y deben sentirse atraídos hacia el placer que supone el enfrentar un problema, pero hasta ahora ha resultado muy difícil lograr que el alumno tenga la predisposición inicial adecuada para ello (Bracho, 2006).

Por su parte, Carrillo (citado en Contreras y Carrillo, 1998) comenta que trabajar con resolución de problemas propicia un avance en la capacitación metodológica de los maestros y puede provocar cambios positivos en su concepción sobre las matemáticas, su enseñanza, aprendizaje y además puede mejorar la autoestima. Kilpatrick (citado en Contreras y Carrillo, 1998) sostiene que la ausencia de información de cómo los profesores entienden la resolución de problemas matemáticos, podría ser una de las razones para que la enseñanza por éste medio no haya tenido mucho éxito. Además, analizan la resolución de problemas en la educación matemática partiendo de cuatro tendencias: investigativa, espontánea, tecnológica y tradicional.

En la tendencia investigativa se resuelven problemas durante todo el proceso de aprendizaje, dentro de un marco flexible en el que se adquiere conocimiento conceptual y procedimental. La resolución de problemas se utiliza para el aprendizaje de métodos heurísticos que permiten interiorizar conceptos. En esta tendencia el profesor es un guiador ya que solamente genera problemas, orienta y canaliza las aportaciones positivas o negativas, y en los atascos sugiere heurísticos. El trabajo del alumno es abordar el problema como si fuera una investigación, discutiendo las aportaciones de los demás, analizando las suyas propias y mejorando sus

habilidades en resolución de problemas.

En la tendencia espontánea los problemas se perciben como una actividad potenciadora del descubrimiento. En esta tendencia los problemas sirven para adquirir procedimientos, fomentar actitudes positivas. El mejor trabajo es el de grupos en situaciones en que el alumno se sienta capaz de crear, consiguiendo así ampliar sus habilidades resolutorias. En esta tendencia el alumno desarrolla un mecanismo de ensayo-error. El maestro sugiere problemas, mantiene el interés proporcionando solamente claves y al final aporta sus conclusiones en la recolección colectiva. Ante situaciones erróneas existe una llamada de atención y se procede a un cambio de actividad.

La tendencia tecnológica lleva a plantear los ejercicios como cuestiones teóricas. En esta tendencia se utiliza la resolución de problemas para dotar de un significado práctico a la teoría. El alumno capta y repite estilos y acepta procesos y resultados.

En la tendencia tradicional se perciben los problemas como ejercicios que suelen ser propuestos por el profesor después de impartir conocimientos teóricos y generalmente estos problemas provienen de fuentes externas (libros de problemas o textos). En la revisión de resultados se valora principalmente expresión numérica y simplificación.

En fin, Santos y Díaz (1999) mencionan que reformular o diseñar problemas es parte de los hábitos que los alumnos deben desarrollar en sus experiencias de aprendizaje. Pero también García (2005) afirma que las creencias del profesorado respecto a lo que son las matemáticas, cómo se aprenden y cómo se deben enseñar, enmarcan a su vez el sistema de creencias sobre el papel que deben desempeñar los problemas y su resolución en el proceso de educación matemática, y por ende el modelo de intervención en el aula y la manera en que el maestro lleve a razonar al alumno.

Métodos y estrategias en la resolución de problemas

La resolución de problemas requiere estar preparado para plantearse preguntas acerca del problema, pero es necesario saber identificar aquellas que conducen a una valoración importante del problema que estudia. De hecho, se debe reconocer si la situación presente es parecida a alguna otra en la que ha podido aplicar la misma pregunta con éxito. Se trata pues, ante todo, de comprender el problema de un modo tan completo y claro como sea posible. Pero esto no es suficiente. Se debe concentrar en el problema y desear ansiosamente su solución. Si no puede hacer nacer el deseo real de resolverlo, mas vale abandonarlo. El secreto del éxito real radica en entregarse completamente al problema (Polya, 1997).

Pero entonces surgen preguntas como: ¿Qué tareas o problemas ayudan a generar un ambiente donde los estudiantes tengan oportunidades para plantear sus propias preguntas y argumentos de solución? ¿Cómo promover actividades instruccionales donde los estudiantes puedan desarrollar hábitos consistentes con el quehacer matemático? Una idea presentada por Santos y Díaz (1999) y que ha sido poco explotada, pero que puede ayudar a que los estudiantes reflexionen sobre el potencial de sus recursos matemáticos, es que trabajen con problemas o ejercicios propuestos y propongan explícitamente conexiones nuevas y distintas formas de solución. En particular, una de las principales fuentes de consulta para la preparación de clases de los profesores de matemáticas, a nivel medio superior, es el conjunto de problemas que aparecen en el Calendar of Mathematics Teacher o en el calendario de problemas de matemáticas de la Sociedad Matemática Mexicana. Hay diferentes formas en que los profesores utilizan este material: como problemas de tarea, problemas para discusión en pequeños grupos o

ejemplos de aplicación. Los problemas ofrecen al estudiante la oportunidad de utilizar sus conocimientos en diversas áreas tales como aritmética, álgebra, cálculo, geometría y probabilidad. Además, una parte significativa de los problemas puede ser resuelta utilizando diversos métodos. Así los estudiantes pueden discutir las propiedades matemáticas presentes en los procesos de solución y ver la importancia de ir mas allá que sólo encontrar una respuesta a un problema propuesto.

Santos (1997) también aclara que para resolver problemas no existen fórmulas mágicas; no hay un conjunto de procedimientos o métodos que aplicándolos lleven necesariamente a la resolución del problema (aún en el caso de que tenga solución). Pero tampoco hay que sacar en consecuencia de que la única manera de resolver un problema es por 'ideas luminosas'.

Es evidente que hay personas que tienen más capacidad para resolver problemas que otras de su misma edad y formación parecida. Estas personas suelen ser las que aplican toda una serie de métodos y mecanismos que suelen resultar especialmente útiles para abordar los problemas. Son los procesos que se llaman 'heurísticos', entendidos como las operaciones mentales que se manifiestan típicamente útiles para resolver problemas. El conocimiento y la práctica de los mismos es justamente el objeto de la resolución de problemas, por lo que la hace ser una facultad capaz de entrenar, es decir, una competencia que se puede mejorar con la práctica. Pero para ello hay que conocer los procesos y aplicarlos de una forma planificada.

Existen problemas matemáticos en los que los desarrollos o enunciados pueden sugerir que método o técnica utilizar. Según Santos (1997) los siguientes métodos de solución de problemas resultan muy eficientes en este tipo de situaciones.

El método de los dos caminos

El objetivo de este método es expresar el problema dado por medio de dos expresiones algebraicas e igualarlas. El proceso de trabajar esta igualdad regularmente conlleva a la solución.

Método de cancelación

Consiste en reordenar los términos de un problema dado, de tal forma que algunos se eliminen. Su uso aparece con frecuencia en los cálculos de sumas.

Método de casos especiales

Por ejemplo al trabajar con polinomios de raíces enteras, podemos resolver ciertos problemas acerca del comportamiento de las raíces. Para obtener el resultado buscado partimos del análisis de casos similares.

Reducción de un problema a casos más simples

La idea es considerar casos mas simples que se deriven del problema original y de esta forma podemos atacar el problema por partes. Posteriormente se consideran las soluciones parciales como un todo y se obtiene la solución del problema.

Sumar cero

Cuando un problema se debe expresar en cierta forma es recomendable sumar y restar el mismo numero (sumar cero). Esto se usa, por ejemplo, cuando se trabaja con el método de completar cuadrados.

Pictórico: Dibujar una figura o diagrama cuando sea posible

Una representación gráfica siempre es útil porque ayuda en la identificación de componentes importantes del problema, y en muchos casos puede sugerir también una estrategia para resolverlo.

Método de sustitución

Consiste en transformar la expresión de un problema a una forma más fácil de operar.

Correspondencia de condiciones iniciales

Comúnmente se encuentran problemas en donde el análisis de los datos pueden sugerir un camino eficiente para resolver el problema. Particularmente el análisis de la información inicial puede ser muy útil para evitar caminos largos y tediosos. Por ejemplo: La suma de dos números es 28 y el producto de ellos es 7. Es conveniente escribir las condiciones iniciales del problema: $a + b = 28$ y $ab = 7$.

Comenzar resolviendo un problema más fácil

Un problema puede resultar difícil por su tamaño, por tener demasiados elementos que lo hacen enredado y oscuro. Para empezar, se debe resolver un problema semejante lo más sencillo posible. Luego se complica hasta llegar al propuesto inicialmente. La simplificación de un problema se puede lograr no sólo reduciendo su tamaño, sino también imponiendo alguna condición adicional que no está en el problema propuesto. Incluso, aunque parezca al principio que la simplificación es demasiado drástica, se comprueba con frecuencia cómo la ayuda del problema simplificado es muy efectiva.

Predecir y verificar

Esta es una estrategia que presenta Feicht (2003), la cual se lleva a cabo mediante el uso de tablas en hojas de cálculo y permite desarrollar las habilidades de lenguaje y de razonamiento abstracto necesarias para comprender el álgebra, con la introducción de fórmulas.

Estrategias independientes del contenido

Weinsten y Underwood (citados en Escobar, 1997) propone la siguiente clasificación y significado para estrategias independientemente del contenido: a) Estrategias de repetición: Se refieren a los hábitos básicos de estudio y ejercicios de repetición. b) Estrategias físicas: Consisten en buscar similitudes y diferencias físicas en vocablos, conceptos y enunciados. c) Estrategias de imaginación: Suponen la creación de algún tipo de imagen mental. Intentan crear algo nuevo que les resulte familiar al problema, partiendo de lo que tienen. d) Estrategias de elaboración: Procuran definir las relaciones entre los conocimientos previos y la nueva información. e) Estrategias de agrupamiento: Agrupan el material de acuerdo con un esquema de clasificación. Subdividen el o los problemas y los clasifican intentando resolver los que a su parecer son de la misma clasificación, resolviéndolos igual.

Método de ensayo y error

En este método el estudiante puede incluir varias direcciones dependiendo del camino que siga. Consiste en realizar los siguientes pasos: 1) elegir un valor (resultado, operación o propiedad) posible, 2) llevar a cabo con éste valor las condiciones indicadas por el problema,

3) probar si se ha alcanzado el objetivo buscado. Esta estrategia puede ser puesta en práctica de formas diferentes, estas son: a) ensayo y error fortuito: realizado sin pautas o al azar, b) ensayo y error sistemático: los valores no se eligen al azar, sino de manera ordenada, de forma que se eliminen las posibles repeticiones de ensayo agotando las soluciones posibles hasta encontrar lo que se busca, y c) ensayo y error dirigido: en él se contrasta cada respuesta para ver si se está más cerca o más lejos del objetivo buscado.

Método de conteo

Se utiliza mayormente en problemas algebraicos y aritméticos, generalmente es un proceso muy lento, pero llega a la respuesta correcta.

Construcción de una tabla

Ayuda a seleccionar las posibles soluciones sistemáticamente. Tomando por ejemplo los casos extremos.

Método de correspondencia

Relaciona diversos datos estableciendo semejanzas y diferencias.

Analogía o Semejanza

Consiste en la búsqueda de semejanzas (parecidos, relaciones, similitudes) en los conocimientos o experiencias previas, con casos o problemas que ya se hayan resuelto. A veces, ante la situación se puede preguntar: ¿A qué te recuerda? Es muy bueno, a fin de encontrar un buen asidero que proporcione confianza, buscar situaciones semejantes a la propuesta. Al hacerlo, probablemente surgirán procedimientos de ataque de dichas situaciones semejantes, que proporcionarán estrategias válidas para la que en ese momento se ocupa. Esta búsqueda, será más fácil cuanto más experiencia se tenga en la resolución de problemas. Suele ir asociada a la particularización y generalización.

Organización y codificación

La organización en general, consiste en adoptar un enfoque sistemático del problema. Suele ser de gran ayuda enfocar el problema en términos de tres componentes fundamentales: antecedentes (origen y datos), el objetivo y las operaciones que pueden realizarse en el ámbito del problema. Las técnicas asociadas a la organización, pasan por realizar símbolos apropiados, croquis, gráficos, figuras, diagramas y esquemas. Estos símbolos o dibujos no se reservan al uso exclusivo de la geometría; una figura o gráfico puede ayudar considerablemente en todo tipo de problemas que nada tienen de geométrico, ya que las figuras trazadas sobre el papel son fáciles de hacer, fáciles de conocer y fáciles de recordar. Las figuras que se fabrican del problema, deben incorporar de alguna forma sencilla, los datos relevantes y suprimir los superfluos que pueden conducir a confusión. De ésta forma pueden quedar resaltadas visualmente las relaciones entre los aspectos más importantes del problema y de ahí muy a menudo se desprenden luces que clarifican sustancialmente la situación. Una buena organización suele ir asociada con la elección de una notación o código que organice la búsqueda de posibles caminos hacia la solución. Las diferentes notaciones y códigos conducen a utilizar un determinado lenguaje. Los lenguajes que resultan útiles en la resolución de problemas son: El lenguaje de la lógica, el de las matemáticas (geométrico, algebraico, analítico, probabilística), el analógico

(modelos, manipulaciones) y el imaginativo o pictórico (figuras, esquemas, diagramas). Una buena organización es un buen punto de arranque y a veces allí se encuentra la clave del éxito.

Estrategias para la resolución de problemas en relación con el rendimiento académico

El análisis de cómo resuelven las personas los problemas matemáticos ha generado información valiosa, no solo para entender el proceso en las diversas fases de la solución, sino también para proponer algunas líneas de instrucción. Para llevar a cabo tal análisis, es necesario recurrir a diversos métodos de recolección de información y basarse en modelos que permitan identificar categorías o dimensiones, las cuales expliquen el comportamiento de los individuos al resolver problemas. Estas categorías caracterizan los elementos que influyen en la resolución de problemas y constituyen un intento de explicar algunas dificultades que el individuo puede mostrar al resolver problemas (Santos, 1997).

Guerrero (2005) afirma que la resolución de problemas es el resultado de varios pasos o análisis previos de una situación planteada y como tal cobra relativa importancia, pues se constituye en la base que garantiza la consecución de un resultado correcto, analítica y matemáticamente hablando.

Por su parte, para Zemelman, Daniels y Hyde (2003), la solución de problemas es parte integral de toda actividad matemática. En lugar de considerarse como un tópico separado, la solución de problemas debería ser un proceso que permee el currículo y proporcione contextos en los que se aprenden conceptos y habilidades. La solución de problemas requiere que los estudiantes investiguen preguntas, tareas y situaciones que tanto ellos como el docente podrían sugerir. Los estudiantes generan y aplican estrategias para trabajarlos y resolverlos.

Un problema en términos generales, es una tarea o situación en la cual aparecen los siguientes componentes: a) La existencia de un interés, es decir, una persona o un grupo de individuos quiere o necesita encontrar una solución. b) La no existencia de una solución inmediata. Es decir, no hay un procedimiento o regla que garantice la solución completa de la tarea. c) La presencia de diversos caminos o métodos de solución. Aquí también se considera la posibilidad de que el problema pueda tener más de una solución. d) La atención por parte de una persona o un grupo de individuos para llevar a cabo un conjunto de acciones tendientes a resolver esa tarea. Es decir, un problema es tal hasta que existe un interés y se emprenden acciones específicas para intentar resolverlo.

La idea fundamental en la solución de un problema es que el alumno se enfrente a una variedad de situaciones en donde sea necesario analizar y evaluar diversas estrategias en las diferentes fases de solución. Es decir, aplicar un proceso como el sugerido por Polya (1997) al describir las etapas para la resolución de un problema: 1) Comprender el problema: ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál es la condición? ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita? ¿Es insuficiente? ¿Redundante? ¿Contradictoria? 2) Concebir un plan: a) ¿Se ha encontrado con un problema semejante? ¿Ha visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente? b) ¿Conoce algún problema relacionado con este? ¿Conoce algún teorema que le pueda ser útil? c) ¿Podría enunciar el problema en otra forma? ¿Podría plantearlo diferente? d) ¿Ha empleado todos los datos? ¿Ha empleado todas las condiciones? 3) Ejecución del plan: Al ejecutar el plan de solución, comprobar cada uno de los pasos. ¿Puede ver si el paso es correcto? ¿Puede demostrarlo?, y 4) Visión retrospectiva: ¿Puede verificar el resultado? ¿Puede verificar el razonamiento? ¿Puede obtener el resultado en forma diferen-

te? ¿Puede emplear el procedimiento en algún otro problema?.

Continuando con esta idea de resolución de problemas, surge una pregunta importante, ¿Cómo se relacionan las estrategias en la resolución de problemas con el rendimiento académico? Lucero, Concari y Pozzo (2006), dicen al respecto que el uso de problemas cualitativos, es decir de razonamiento lógico, contribuye al desarrollo de habilidades y estrategias a la vez que incide en el rendimiento académico de los alumnos. En su investigación encontraron que los estudiantes que desarrollan más habilidades en la resolución de problemas obtienen un puntaje mayor o igual al 60% del máximo a alcanzar, esto indicaría que las estrategias empleadas por el estudiante son importantes para el mayor rendimiento académico.

Metodología

La investigación tiene orientación cualitativa ya que se utilizaron procedimientos subjetivos en la interpretación de información empírica, aunque se logró cierto grado de cuantificación. Se considera transversal porque sólo se hizo una medición de las variables. También se considera descriptiva ya que pretende informar sobre el estado de la variable principal y valorar su relación con el rendimiento académico.

Por su enfoque, esta investigación no pretende ser de mucho alcance y es por ello que la población y muestra estuvo constituida por los 29 estudiantes de los tres grados de secundaria del colegio 'Río Grande' en la ciudad de Río Grande, Zacatecas, durante el curso escolar 2007 - 2008. Dicha escuela no fue elegida de manera aleatoria, sino que fue asignada para la realización de la práctica docente. Una particularidad existente es que en el grupo había tres alumnos con problemas de aprendizaje. Una alumna de primer año, otra en segundo y un alumno en tercero.

Medición de las variables

El rendimiento académico se valoró con las calificaciones del tercer bimestre tanto en matemáticas como a nivel general. Están basadas en las percepciones de los maestros titulares de clase. Esta variable se considera métrica en una escala de 5 a 10. A valores mayores corresponde un mejor rendimiento académico.

Para medir la habilidad para resolver problemas, se diseñó y aplicó un instrumento creado ex profeso por el investigador. En esta investigación se considera la habilidad para resolver problemas como el uso de estrategias y razonamientos lógicos que permitan determinar una respuesta coherente a un problema planteado.

Para definir instrumentalmente la variable, se escogieron problemas en base a lo que se pretende lograr. Siendo que la investigación es sobre estrategias para la resolución de problemas, se eligieron diversos problemas analíticos y de razonamiento para secundaria. Se realizó una aplicación piloto del instrumento para determinar su validez de facie con estudiantes de secundaria del Instituto Soledad Acevedo de los Reyes. Se seleccionaron cuatro estudiantes de cada grado y los problemas fueron agrupados en dos exámenes diferentes contestando cuatro problemas cada estudiante. Esto con el fin de identificar los problemas que mejor se comprendían y hacia los que más interés mostraban los estudiantes.

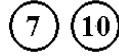
Descripción del instrumento de medición

El instrumento utilizado para valorar la habilidad en resolución de problemas consta de seis problemas. A continuación se presentan los seis problemas en el orden que aparecen en el

instrumento.

1. Aquí tienes dos discos circulares. En la cara superior de cada uno de ellos hay escrito un número. En la otra cara tiene escrito otro número. Si lanzamos los dos discos al aire y sumamos los dos números, podemos obtener estos resultados:

11,12,16 y 17.



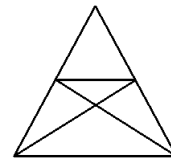
¿qué números están escritos en la cara oculta de cada disco?

Prueba ahora con estos tres discos sabiendo que los resultados que se obtienen son:

15,16,17,19,20,21,22,23.



2. ¿Cuántos triángulos hay en la siguiente figura?



3. Tienes 8 pelotas de golf. Siete de ellas tienen el mismo peso, pero una de ellas pesa un poquito menos (no puedes sentir la diferencia). Tienes una balanza pero solo puedes usarla dos veces, ¿Cómo podrías identificar la pelota que pesa menos utilizando únicamente esas dos oportunidades para usar la balanza?



4. En la mesa redonda del Rey Arturo hay sentados doce caballeros de manera que cada uno está enemistado con sus vecinos. Hay que escoger cinco caballeros para liberar a una princesa encantada. ¿De cuantas maneras se puede hacer esto, procediendo de modo que entre los caballeros elegidos no haya enemigos?
5. Cinco amigos se encuentran en la calle y se saludan de mano. ¿Cuántos apretones de mano hubo en total? ¿Y si hubieran sido 6, 7, u 8 amigos?
6. Dos puntos determinan una recta (Figura A), tres puntos, si no están en una recta, determinan tres rectas (Figura B). Investiga lo que pasa con 4, 5 y 6 puntos. Anota tus conclusiones.



Figura A

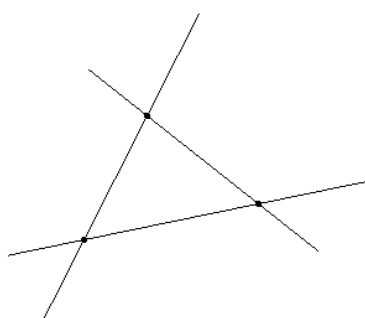


Figura B

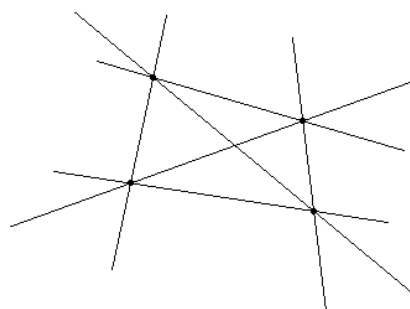


Figura C

Recolección e interpretación de datos

La prueba se llevó a cabo en un salón con los tres grados y con la supervisión de los maestros de la escuela. Se les pidió a los alumnos que no borrarán nada de lo que escribían. El tiempo que tuvieron para terminar la resolución de problemas fue de dos periodos de clase, lo que equivale a setenta minutos. Algunos alumnos terminaron en 25 minutos (fue la primera que terminó), al final de los dos periodos nada más faltaba una alumna.

Las pruebas se separaron por grado y estas a su vez se ordenaron según la calidad y cantidad de respuestas correctas percibidas por la investigadora. Seguidamente se clasificaron para cada grupo en tres categorías: Alta, regular y baja habilidad para resolver problemas. Para clasificarlos se observó en primer lugar que tantos problemas habían intentado resolver los estudiantes y luego verificar de esos cuantos tenían un procedimiento lógico o si lo que habían hecho era coherente. De esa clasificación se tomó un alumno de cada categoría para entrevistarlos con el objetivo de tratar de descubrir las estrategias empleadas en la solución de problemas. La entrevista duró aproximadamente quince a veinte minutos. Algunos alumnos se mostraban tímidos a la hora de hacer la entrevista, pero finalmente accedían respondiendo a las preguntas.

Después de realizar estas actividades y sin considerar las categorías identificadas en la habilidad para resolver problemas, otro investigador procedió a valorar las respuestas de los estudiantes. Mediante esta segunda evaluación se logró identificar la calificación del estudiante en una escala de 0 a 10. Cada uno de los problemas tenía un valor de 40 puntos: 10 puntos por el cumplimiento de cada etapa en la resolución de problemas definida por Polya (1997), de esta forma se sumaban los puntos y se daba la calificación porcentual con respecto a los 240 puntos posibles. Si se percibía que un estudiante no cumplía con la primera etapa (entender el problema), no se continuaba con la evaluación y se daba un puntaje en función de lo que se supone había entendido el estudiante.

Descripción de variables

La investigación se realizó con estudiantes de secundaria, teniendo la mayor representación los estudiantes del primer año ($N = 12$) y aproximadamente la misma cantidad para segundo ($N = 9$) y tercero ($N = 10$). En total la investigación se realizó con 30 estudiantes ya que un estudiante del primer año no contestó el examen de resolución de problemas.

Habilidad para resolver problemas

Para valorar la habilidad en resolución problemas (calificar el examen) se utilizaron dos procesos: uno cualitativo basado en la formación de grupos con habilidad alta, regular y baja, y el otro cuantitativo fundamentado por la valoración de las cuatro etapas de resolución de problemas definidas por Polya (1997). La Tabla 1 muestra los 30 estudiantes ordenados por grado de estudio y por grupo según la habilidad para resolver problemas. Dado que las valoraciones cualitativas y cuantitativas fueron realizadas por personas diferentes, se perciben algunas diferencias en la ubicación de los estudiantes. Sin embargo, en términos generales, parece haber más coincidencias (principalmente en el grupo de tercer año) que diferencias. Es importante mencionar que la valoración cualitativa se hizo comparando a los estudiantes de cada grado y no según el total de estudiantes.

Al valorar la habilidad para resolver problemas de forma cualitativa, resultaron tres grupos: habilidad baja (N = 10), habilidad regular (N = 9) y habilidad alta (N = 11). La valoración cuantitativa en la escala del 0 al 10, resulta en una media aritmética general muy baja (M = 1.8, S = 1.33), siendo 4.9 la máxima calificación.

Tabla 1

Valoraciones cualitativas y cuantitativas de la habilidad para resolver problemas

| Habilidad para resolver problemas | | | Habilidad para resolver problemas | | |
|-----------------------------------|-------------|--------------|-----------------------------------|-------------|--------------|
| Grado | Cualitativo | Cuantitativo | Grado | Cualitativo | Cuantitativo |
| 1 | B | 0.04 | 2 | R | 1.13 |
| 1 | B | 0.33 | 2 | R | 1.46 |
| 1 | B | 1.08 | 2 | R | 1.96 |
| 1 | R | 0.75 | 2 | A | 1.83 |
| 1 | R | 0.96 | 2 | A | 3.50 |
| 1 | R | 2.63 | 3 | B | 0.00 |
| 1 | A | 1.38 | 3 | B | 1.04 |
| 1 | A | 1.88 | 3 | B | 1.17 |
| 1 | A | 2.08 | 3 | B | 1.25 |
| 1 | A | 2.96 | 3 | R | 1.50 |
| 1 | A | 3.54 | 3 | R | 2.33 |
| 2 | B | 0.33 | 3 | A | 3.25 |
| 2 | B | 0.54 | 3 | A | 4.04 |
| 2 | B | 1.38 | 3 | A | 4.75 |
| 2 | R | 1.00 | 3 | A | 4.92 |

Nota: B = Baja, R = Regular, A = Alta

Rendimiento en matemáticas

La valoración del rendimiento en matemáticas se basa en las calificaciones otorgadas por el docente del curso de matemáticas en esa escuela. Hay un solo docente para los tres grados escolares. La media aritmética de los estudiantes en general es de 7.1 (S = 1.38). En este caso la escala de calificación varía de 5 a 10 puntos. La Figura 2 muestra el comportamiento general del rendimiento en matemáticas.

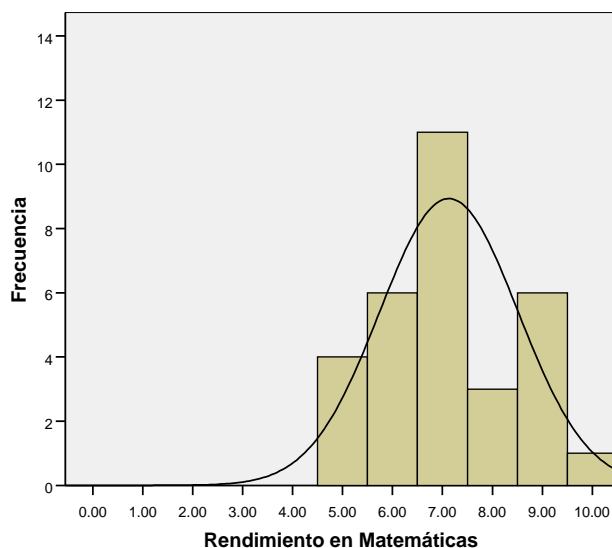


Figura 2. Histograma de frecuencias para el rendimiento en matemáticas.

Rendimiento general

El rendimiento general de los estudiantes se obtuvo del promedio de todos los cursos que toma el estudiante en esa escuela y hasta ese momento. No todos los estudiantes llevan las mismas materias, ni tienen exactamente los mismos maestros. El promedio del rendimiento general para los treinta estudiantes es de 7.7 ($S = 1.11$). La Figura 3, muestra gráficamente el comportamiento de la variable.

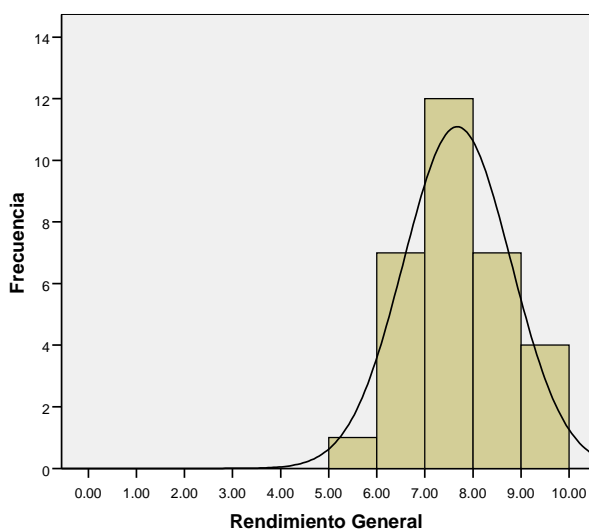


Figura 3. Histograma de frecuencias para el rendimiento general.

Prueba de hipótesis

En base a los datos obtenidos, se procedió a poner a prueba las hipótesis nula asociadas al estudio. Dado que el rendimiento académico fue valorado desde las áreas de matemáticas y general, dicha hipótesis fue probada para ambos casos.

Ho₁: No existe relación entre la habilidad en la resolución de problemas y el rendimiento en matemáticas de los estudiantes de secundaria.

Para probar la hipótesis se utilizó la r de Pearson para el caso de la medición cuantitativa (métrica) de la variable. Según esta prueba, existe una correlación media significativa ($r = 0.419$, $p = 0.021$). Es decir que se ha encontrado evidencia suficiente como para rechazar la hipótesis nula ($p < 0.05$) y aceptar que si existe relación entre el rendimiento en matemáticas y la habilidad en resolución de problemas. Dicha correlación es positiva, indicando que a mayor habilidad en resolución de problemas corresponde un mayor rendimiento en matemáticas.

En el caso de la medición cualitativa (nominal) de la habilidad en resolución de problemas, se recurrió al ANOVA para determinar la posible asociación entre las calificaciones de matemáticas y el grupo al que pertenece cada estudiante. La prueba resulta significativa ($F(2,27) = 5.605$, $p = 0.009$), indicando que si existe asociación entre los grupos y el rendimiento en matemáticas. Al aplicar la prueba *post hoc* de Tukey, se encontró que la asociación se da al identificar una diferencia significativa ($p = 0.008$) en el rendimiento de matemáticas entre los grupos que identifican a los estudiantes con habilidades alta ($M = 8.1$, $S = 1.04$) y baja ($M = 6.4$, $p = 1.26$). No se dan diferencias significativas con respecto al grupo de habilidad regular en la resolución de problemas. Esto permite concluir que los estudiantes con mayor habilidad en resolución de problemas, también obtienen un rendimiento más alto en matemáticas.

Ho₂: No existe relación entre la habilidad en la resolución de problemas y el rendimiento general de los estudiantes de secundaria.

Para probar la hipótesis se utilizó la r de Pearson para el caso de la medición cuantitativa (métrica) de la variable. Según esta prueba, existe una correlación media significativa ($r = 0.610$, $p = 0.000$). Es decir que hay evidencia suficiente como para rechazar la hipótesis nula ($p < 0.05$) y aceptar que si existe relación entre el rendimiento general y la habilidad en resolución de problemas. Dicha correlación es positiva, indicando que a mayor habilidad en resolución de problemas corresponde un mayor rendimiento general.

En el caso de la medición cualitativa (nominal) de la habilidad en resolución de problemas, se recurrió al ANOVA para determinar la posible asociación entre las calificaciones generales y el grupo al que pertenece cada estudiante. La prueba resulta significativa ($F(2,27) = 7.465$, $p = 0.003$), indicando que si existe asociación entre los grupos y el rendimiento general. Al aplicar la prueba *post hoc* de Tukey, se encontró que la asociación se da al identificar una diferencia significativa ($p = 0.048$) en el rendimiento general entre los grupos que identifican a los estudiantes con habilidades alta ($M = 8.5$, $S = 0.80$) y regular ($M = 7.5$, $p = 0.83$). También se da una diferencia significativa ($p = 0.002$) en el rendimiento general entre los grupos con habilidades alta ($M = 8.5$, $S = 0.80$) y baja ($M = 7.1$, $S = 1.01$) en la resolución de problemas. No se da una diferencia significativa con respecto a los grupos de habilidad regular y baja en la resolución de problemas. Esto permite concluir que los estudiantes con mayor habilidad en resolución de problemas, también obtienen un rendimiento general más alto.

Entrevistas

Con el objetivo de identificar el uso de estrategias de resolución de problemas, así como los razonamientos seguidos, se entrevistaron ocho estudiantes: tres de primer grado, tres de segundo y dos de tercero. En general existe una tendencia a iniciar con la resolución del problema sin haberlo entendido o habiéndolo entendido sólo parcialmente, lo cual impide al alumno avanzar en el proceso y llegar a un resultado correcto. Los alumnos presentaron problemas en cuanto a la lectura comprensiva. Presentan inhabilidad en interpretación de los datos del problema. También tienden a asociar el problema con los contenidos que estén viendo en ese momento en la clase de matemáticas. Algunos, a pesar de poseer habilidad no son persistentes en llegar a la respuesta correcta o llegan a una respuesta y no se aseguran de que en realidad resuelva el problema completamente. A continuación se dan algunas reflexiones de cada entrevista.

Primer año

Estudiante con habilidad alta. Al parecer entendió el segundo problema (contar triángulos), porque procedió a contar los triángulos de la figura, y dar una solución. Falló su estrategia empleada, porque los contó de manera superficial y no se percató de que había más triángulos de los que se podían observar a primera vista. No contó los triángulos superpuestos, sino los que componían la figura, como si fuesen las piezas de un rompecabezas.

En el problema de las pelotas de golf, parece que entendió parcialmente el problema, pero no se percató de que su peso no se puede sentir. Además no se daba cuenta de cuantas veces podía utilizar la balanza, al parecer ni siquiera se daba cuenta de que debía de usarla.

El problema de los caballeros no había sido comprendido y creía que dicho problema no tenía solución puesto que, según ella, para que pudieran ir cinco caballeros a liberar a la princesa, debían ser sólo diez para que pudieran ir dos grupos de cinco. Por lo tanto, ella los dividió en dos grupos de seis cada uno, también pensó que podían ser tres grupos de cuatro caballeros. Aparentemente lo que comprendía de ese problema era que tenía que repartir en grupos iguales a todos los caballeros y esta era para ella la forma de hacer combinaciones.

En el problema de los saludos de mano de cinco, seis y ocho amigos, también se refleja una comprensión parcial del problema. Los resultados demuestran que multiplicó por cinco y parece tener cierta lógica, si se piensa que son un grupo de cinco amigos y a los demás como otro grupo que se saludaba con ellos, pero en realidad no fue así, porque titubeó y contestó que también podía multiplicar 6×6 , pero luego se dio cuenta de que algo estaba mal. La estrategia parece ser buena para resolver el problema, sólo que ella se planteó un problema diferente al que en realidad se estaba hablando.

Estudiante con habilidad regular: Siguiendo los pasos de Polya para la resolución de problemas, en el primer problema la estudiante no da indicios de haberlo comprendido. Por lo tanto, el siguiente paso que es formular o plantear una solución no tiene sentido. En este problema incluso se le trató de explicar de una forma más práctica cortando los dos discos en papel, de manera que le fuera más fácil visualizar las caras del disco, sin embargo no logro entender el problema y que era lo que se le estaba pidiendo. Aquí se encuentra uno de los mayores obstáculos en la resolución de problemas. El alumno no entiende el problema o no le interesa.

En el problema que pide encontrar los triángulos de la figura, entiende el problema y encuentra una estrategia que tal vez no es muy buena, porque no cuenta todos los triángulos de

la figura. Sin embargo encuentra seis, por lo menos cuenta uno más de los que se perciben como piezas de rompecabezas, y es el triángulo más grande dentro del cual se encuentran encerrados los otros triángulos. Se le ayudó a marcar los demás triángulos y a pesar de ello, no lograba encauzarse para encontrar los demás triángulos. Se percibe entonces que tiene dificultades para la comprensión de los problemas.

En el problema de los caballeros que tenían que ir a rescatar a la princesa, la alumna dijo que tenían que ir seis y seis. Según lo indica la entrevista entendió este problema parcialmente porque entendió que tenían que ir a rescatar a la princesa pero no entendió que cada uno de los caballeros esta enemistado con su vecino, tampoco comprendió que era una mesa redonda. Al entrevistarla traté de ayudarla guiándola para colocar a los caballeros en una mesa redonda y así facilitar la distribución de ellos, pero no comprendió bien el problema, por lo tanto tampoco planteó una solución aceptable. Después de ayudarla indicándole un proceso para contarlos, pudo encontrar siete formas posibles de enviar a los caballeros.

No percibía que los amigos en problema cinco se saludaban dos veces entre si, al plantear su solución. Se le planteó un problema más simple con sólo tres amigos y luego con cuatro, pero presentó muy pocas habilidades para resolver el problema, y falta de comprensión lectora.

Estudiante con habilidad baja: El problema de los caballeros lo entendió parcialmente ya que no se percató de que era una mesa redonda. La estrategia estuvo muy buena, solamente que le faltó comprender mejor el problema. Entendió muy bien que tenían que ser caballeros que no estuvieran al lado para que no fueran enemigos. También se dio cuenta que aunque ella solamente descubrió tres maneras de hacerlo, en realidad habían mas de tres pero no las identificó.

En el problema de los apretones de mano, interpretó de una manera diferente el problema. No lo entendió, pero según su comprensión del problema planteó una buena solución y utilizó también una buena estrategia, sin embargo no llegó a la respuesta correcta porque no entendió el problema correctamente. Interpretó que eran cinco amigos que se encontraban con otro grupo de seis, siete y ocho amigos sucesivamente. Y cada grupo de amigos saludaba al otro grupo, pero no se saludaban los del grupo entre si. Si en base a lo que comprendió hubiera seguido los pasos de resolución de problemas según Polya, al momento de evaluar el proceso, tal vez se habría dado cuenta de que no estaba comprendiendo bien el problema, sin embargo no lo hizo.

Segundo año

Estudiante con habilidad alta: En el primer problema el alumno muestra comprensión y una buena estrategia para resolverlo, además de muy buen razonamiento. Sin embargo, no siguió todos los pasos hasta llegar a la evaluación del problema, sino que se quedó con la estrategia nada más. Se dio cuenta que no había llegado a la solución completa (porque parcialmente si la había encontrado), pero no revisó ni evaluó su proceso. Se dio cuenta que tenía que encontrar valores para las caras ocultas del disco, de manera que al sumar las diferentes caras obtuviera los resultados que se le daban en el problema.

En el problema que tenía que encontrar los triángulos de la figura, si comprende el problema, sólo que a la hora de la entrevista muestra como si quisiera formar más triángulos partiendo de los que tiene y no sólo contar los existentes. Pero después de orientarlo en el problema descubre que hay mas triángulos de los que el identificó originalmente y encuentra que

son ocho. La estrategia que utiliza de conteo, tal vez le faltó aplicarla mejor.

En el problema de la mesa redonda y los caballeros, no comprendió totalmente el problema. Se le planteó con seis caballeros y que se necesitan tres para liberar a la princesa, y lo entendió y planteó una buena solución y encontró que si eran seis caballeros en una mesa redonda y se necesitaban tres, había dos maneras diferentes de hacerlo. Luego trató de resolver el problema original y aunque no llegó a una respuesta correcta, sí entendió el procedimiento que tenía que seguir.

En el problema de los apretones de mano, entendió el problema y planteó una buena solución. Utilizó una muy buena estrategia también, al emplear un diagrama de árbol para su resolución, pero se quedó sólo con cinco amigos. Llegó a la conclusión de que fueron diez saludos en total. Le faltó hacerlo con seis, siete y ocho amigos. El último paso, es decir el proceso evaluativo lo omitió, probablemente si lo hubiera tomado en cuenta habría encontrado que le faltaba contestar para esos casos.

El problema de las rectas no lo entendió y se quedó en ese primer paso. Se puede decir que lo entendió a su manera, puesto que interpretó que tenía que encontrar que figura se formaba al unir los puntos mediante rectas. Al explicarle y guiarlo en el proceso de analizar el problema durante la entrevista, comprendió mejor lo que se le pedía. Este alumno utilizó estrategias de elaboración, puesto que trató de unir el conocimiento previo de figuras geométricas con la nueva información y buscaba encontrar esas figuras al unir los puntos mediante rectas. En este problema presentaron dificultad de comprensión la mayoría de los alumnos entrevistados. El concepto de rectas y colinealidad no está muy claro en sus mentes y por lo tanto les fue difícil plantear una solución.

Estudiante con habilidad regular: En el primer problema contestó que las caras ocultas de los discos contienen los números 6 y 11 porque al sumarlos se obtiene 17. En la segunda parte donde se plantea el mismo problema sólo que ahora con tres discos el eligió tres números de la lista de resultados, lo hizo al azar. No hubo comprensión del problema, entendió solamente que tenía que sumar y encontrar las cantidades, pero sólo para la primera parte del problema, en la segunda parte no lo comprendió puesto que lo hizo al azar, así que no pudo avanzar al siguiente paso.

En el problema de los triángulos, encontró que en esa figura hay seis triángulos, los que están inscritos y el triángulo más grande. Ante la pregunta de si observaba más triángulos respondió que no, pero le ayude mostrándole uno de los triángulos que no había visto y luego él encontró los demás hasta completar doce triángulos que es la cantidad que realmente hay en la figura. Él utilizó un método de conteo en este problema lo cual fue muy bueno sin embargo no llegó al resultado correcto con su estrategia. Entendió muy bien el problema, planteó una solución y empleó una buena estrategia, solo que tal vez no fue la mejor. Finalmente si él hubiera hecho un análisis del proceso habría descubierto su error, pero manifestó que lo hizo lo más pronto posible y no quiso continuar pensando para terminar lo más rápido.

En el problema de las pelotas de golf el alumno no razonó el problema, él dijo que quería salir pronto y solamente respondió lo primero que se le ocurrió, por lo tanto aquí no llevó a cabo ninguno de los pasos del proceso para la resolución de problemas.

Al preguntarle acerca del problema de la mesa de los caballeros, él responde que se puede hacer de 25 maneras porque son cinco caballeros, pero luego recapacita y dice que solo se puede hacer de cinco maneras porque son cinco caballeros y cada uno va a rescatar a la princesa. Lo que sí queda claro es que él entendió el problema, porque reconoció que no po-

dían ir caballeros que estuvieran al lado, es decir que fueran vecinos porque estaban enemistados. También dibujó una mesa redonda, el emplea aquí estrategias de apoyo en diagramas: es decir creó una imagen mental a partir de los datos que tenía del problema, se imaginó la mesa redonda y a los doce caballeros sentados a su alrededor.

En el problema de los saludos entendió que cada uno de los cinco amigos saludaba a los otros cuatro, por lo tanto el total era de 20 saludos (5×4). No percibió que se saludaban doblemente.

Finalmente el alumno dijo que no los razonó y que mientras mas mal los hiciera era mejor. Aunque en el último problema, el escribió que había simetría entre las rectas que se formaban al unir los puntos. El asoció los contenidos que estaba estudiando en matemáticas en ese momento con el examen que tenía que resolver. Este es un problema que suele presentarse en los estudiantes.

Estudiante con habilidad baja: En el primer problema no resolvió nada, solamente entendió que tenía que sumar las caras visibles de las monedas. Aquí el se quedó en el primer paso de resolución de problemas, no comprendió así que no avanzó al siguiente paso.

En el problema de los triángulos en la figura, contestó en el examen que eran cinco, pero en la entrevista se dio cuenta que eran seis. Después de mostrarle uno que no había contado, encontró los demás.

Me resultó muy difícil distinguir si realmente hay utilización de estrategias, porque parece que el alumno posee pocas o ninguna estrategia. En el problema de las pelotas de golf, se le presentó ese mismo problema sólo que con seis pelotas de golf, y de igual manera tiene que encontrarse la que pesa menos usando la balanza dos veces, y guiándolo en el procedimiento el alumno logró encontrar la manera de resolverlo.

El problema de la mesa redonda de los caballeros no lo entendió, por lo tanto no avanzó en el proceso. Lo mismo ocurrió con los dos últimos problemas, que tampoco fueron resueltos, porque tampoco los comprendió y manifestó una actitud de cansancio y aburrimiento, y ya no quiso seguir con la entrevista.

Tercer año

Estudiante con habilidad alta: En el primer problema utilizó el método de ensayo y error porque iba probando mediante restas las posibilidades de que determinados números estuvieran en la cara oculta del disco. Ella comprendió el problema y planteó una solución. Se percibe un razonamiento lógico en lo que hizo. A pesar de que aplicó una estrategia no llegó a la respuesta correcta. Parece que le faltó la evaluación del proceso, o aplicar la estrategia de una manera más cuidadosa. Durante la entrevista se concentró pensando en qué hacer y cómo hacerlo correctamente. Empleó figuras imaginándose la cara oculta de los discos, escribiendo en ellas los posibles valores que le daban los resultados después de la resta que había hecho. Aquí combina dos métodos el método de ensayo y error y el método pictórico.

En el segundo problema, al contar los triángulos, debo recalcar que fue la única persona que encontró la respuesta correcta. Empleo un método pictórico, gráfico y a la vez el método de conteo para encontrar la cantidad exacta de triángulos en la figura. Aquí se cumplen los cuatro pasos de Polya para la resolución de problemas. Entendió el problema, planteó una solución, luego aplicó estrategias para llegar a la solución y finalmente evaluó su proceso, aun en la entrevista ella demostró seguridad en los pasos seguidos para llegar a la solución de este problema.

En el problema de las pelotas de golf, entendió muy bien el problema, porque se dio cuenta de que únicamente podía utilizar dos veces la balanza, sólo que al plantear una solución no fue la mejor, porque pensó en poner las pelotas de cuatro y cuatro la primera vez y a la segunda ponerlas de dos y dos. Finalmente no llegó a una solución, pero por lo menos entendió el problema y planteó un proceso de solución al problema.

Comprendió el problema de la mesa redonda, llevó a cabo el planteamiento de una solución y aplicó estrategias para resolverlo. Al aplicar la estrategia le faltó ser mas cuidadosa porque no llegó a la solución correcta, sin embargo en la entrevista se dio cuenta de ello y no llegó al resultado esperado, pero mejor que el anterior. En este problema empleó también un método pictórico.

El problema de los amigos lo razonó de forma similar al razonamiento que siguió un alumno de segundo año, que pensó que cada amigo saludaba a los otros cuatro y esto lleva a un total de veinte saludos en cinco amigos.

Su estrategia sobresaliente para la resolución de problemas es el método pictórico y gráfico. Entendió el problema de las rectas y los puntos parcialmente, porque dibujó las rectas. Es decir entendió que los puntos determinaban rectas, más no llegó a la solución correcta. En general se puede percibir que tiene habilidades para resolver problemas. Utiliza diversos métodos y estrategias durante el proceso y esto le brinda mejores herramientas para llegar a la solución. Es una alumna muy visual, emplea casi siempre el método pictórico o gráfico en la resolución de problemas.

Estudiante con habilidad regular: Esta estudiante no entendió bien el primer problema, se dio cuenta de que tenía que sumar, sin embargo creía que una misma cara oculta del disco podía tener dos valores posibles sin variar lo demás. Durante varios minutos se le estuvo ayudando tratando de encontrar la respuesta y finalmente dio una de las dos posibles respuestas después de varias equivocaciones, porque le costaba imaginarse los valores en las caras ocultas de los discos. Pero al dar una de las respuestas correctas no lo hizo con plena seguridad, estaba muy insegura.

En el segundo problema ella observa solamente seis triángulos en la figura. Así que tratando de que comprendiera mejor, se le presentó una figura más sencilla que contenía ocho triángulos y se le mostró que la figura en realidad tenía mas triángulos de los que se observan a simple vista. Después de que ella misma descubriera los triángulos que tiene la figura mas simple, se le presentó de nuevo la figura del problema, y cuando se le preguntó, ¿su respuesta volvió a ser seis!. Pero se quedó insegura de su respuesta y siguió pensando, tomó el examen y le dio vuelta como tratando de ver la figura de otra manera. Pero a pesar de ello, no dio la respuesta correcta. Aquí se ve demostrada una comprensión muy limitada del problema y el planteamiento de una solución, pero también una mala aplicación de la estrategia.

En el problema de las pelotas de golf, entendió el problema pero al plantear una solución no fue correcta. A pesar de que se le explicó el problema de diversas maneras nunca dio con el resultado y se preguntaba porque no podía sentir la diferencia.

Luego en el problema de los amigos y los apretones de mano, no entendió el problema, por lo tanto no puedo proseguir con los siguientes pasos de resolución del problema. Su forma de analizar, es sólo por imaginación, no utilizó ninguna estrategia en particular.

Discusión

Los resultados reflejan que los alumnos de dicha secundaria poseen muy poca habilidad en la resolución de problemas. La gran mayoría no realiza los cuatro pasos planteados por Polya y que pueden seguirse para llegar a la solución del problema. Muchos de ellos ni siquiera entienden el problema, sin embargo intentan resolverlo. Además, hay cierta apatía hacia la resolución de problemas o los problemas planteados no los consideraron interesantes.

Presentan dificultades de comprensión e interpretación de un problema, a esto se asocian otras variables que no fueron tomadas en cuenta en el presente estudio pero que probablemente inciden (actitud, razonamiento lógico, abstracción). Animamos a que se continúe con un estudio de esta índole y se puedan identificar otros factores determinantes, aunado a las habilidades en la resolución de problemas; para el rendimiento académico de los estudiantes de secundaria.

Otros estudiantes siguen de manera intuitiva el proceso de Polya para la resolución de problemas y llegan a un resultado que consideran correcto, sin embargo no llevan a cabo el último paso, que es la evaluación del proceso seguido para la resolución del problema. Es por ello que aun cuando pudieran haber encontrado otras posibles respuestas u otras maneras de solucionarlo no lo hacen por no cumplir con el último paso.

Entre las estrategias más utilizadas por los alumnos de secundaria se encontraron las siguientes: conteo no sistemático, conteo sistemático, ensayo y error, gráfico. Todo esto con una alta tendencia a realizar los procesos mentalmente y no escribir mucho sobre el proceso seguido. Es decir, algunos de los alumnos ni siquiera presentan evidencias de utilizar estrategias en la resolución de problemas y muchos de los que si tienen alguna estrategia parece ser la única. En general, la mayoría emplea una sola estrategia para resolver todos los tipos de problemas.

Tal como se había planteado en la hipótesis, existe relación entre las habilidades para resolver problemas y el rendimiento académico de los estudiantes de secundaria. En efecto la investigación arroja luz al respecto y se ve una relación no sólo en el rendimiento académico en matemáticas, sino también en su rendimiento en general. Esto permite concluir que a medida que un alumno, estudiante de secundaria tenga menos habilidades de resolución de problemas asimismo tendrá un menor rendimiento académico en matemáticas y viceversa. Tal vez esto se deba a que las matemáticas requieren de muchas herramientas y entre ellas se encuentra una amplia variedad de métodos y estrategias que mientras más el alumno las desarrolle mejor capacitado estará para enfrentar y resolver los diferentes problemas que se le presenten.

Y como la resolución de problemas no es propia sólo de las matemáticas, se observa también una relación entre la habilidad para resolver problemas y el rendimiento académico en general, a mayor cantidad de habilidades para resolver problemas se encuentra asociado también un mayor rendimiento académico general y viceversa.

Recomendaciones

Los maestros deberían dedicar más tiempo al desarrollo del pensamiento lógico y razonamiento crítico, por medio del planteamiento de diversos problemas a manera que el estudiante cultive sus habilidades. A menudo el estudiante se apega a un solo método para solucionar un problema y se limita a utilizar la misma estrategia para diversos problemas. Otros tienden a asociar los problemas con los contenidos que les están siendo enseñados en ese mo-

mento y no ven el problema como algo aislado de los contenidos, sino que lo interpretan, como si fuera parte del mismo.

Es importante que el maestro mismo conozca muchas formas diferentes de resolver los problemas. Esto aclara el panorama al momento de guiar a los alumnos, porque ellos muchas veces interpretan el problema de una manera muy diferente a la que es, y en su forma de interpretarlo plantean una solución. Sin embargo como el maestro no lo percibe de la misma forma, es difícil manifestarle al alumno otras formas posibles de solución lo cual puede llevar a un estancamiento y el maestro no comprende lo que hace el alumno y este a su vez no obtiene una orientación útil.

Referencias

- Bañuelos, Ana María. (1997). Resolución de problemas matemáticos en estudiantes de bachillerato. *Revista Perfiles Educativos*, 67. México: UNAM.
- Bracho López, Rafael. (2006). Adhibere: tratamiento interactivo de la resolución de problemas. *Revista Internacional de Educación Matemática*, 5, 125-137. Recuperado de la página web: <http://www.fisem.org/paginas/union/revista.php?id=19#indice>
- Contreras, Luis Carlos y Carrillo, José. (1998). Diversas concepciones sobre resolución de problemas en el aula. *Revista Educación Matemática*, 10(1).
- Cordero, Juan Antonio. (2000). *Resolución de problemas*. Recuperado del sitio web <http://www.xtec.es/~jcorder1/problema.htm>
- Escobar Tabera Carrillo, R. (1997). Razonamiento heurístico en la enseñanza de la estadística. *Educación 2*. Recuperado de la web: <http://educar.jalisco.gob.mx/02/02escoba.html>
- García Fresneda, Fernando. (2002) ¿Qué es un problema? *Ábaco*. Recuperado de la web http://www.profes.net/newweb/mat/apieaula2.asp?id_contenido=33737
- García González, Moisés Martín. (2005). Reseña de ‘Matemáticas para aprender a pensar, el papel de las creencias en la resolución de problemas’ de Antoni Vila Corts y María Luz Callejo de la Vega. *Revista Educación matemática*, 17(2). México: Santillana.
- Gil Pérez, D. y otros. (1988). La resolución de problemas de lápiz y papel como actividad de investigación. *Investigación en la Escuela*, 6: 3-19.
- Guerrero Maldonado, José Javier. (2005). *Proyecto de investigación acerca de resolución de problemas matemáticos en ciencias afines*. Venezuela.
- Feicht, Lou. (2003). Predecir y verificar: una estrategia viable para resolver problemas. Traducido por Eduteka de Louis Feicht. (2000). Guess and Check. *Learning and Leading with Technology*, 27(5). Recuperado de la web: <http://www.eduteka.org/pdfdir>
- Lucero, I., Concari, S. y Pozzo, R. (2006). El análisis cualitativo en la resolución de problemas de física y su influencia en el aprendizaje significativo. Recuperado del sitio web http://www.if.ufrgs.br/public/ensino/vol11/n1/v11_n1_a5.html
- Malaspina Jurado, U. (2008). El rincón de los problemas. *Revista internacional de Educación Matemática*, 13. Recuperado de la página web: <http://www.fisem.org/paginas/union/revista.php?id=30#indice>
- Malaspina, Uldarico. (2005). Intuición, rigor y resolución de problemas de optimización. *Revista Latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 10(3). México: CLAME.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000) *Standards for school mathematics*. <http://standards.nctm.org/document/chapter3/prob.htm>
- Parra, B. (1990). Dos concepciones de resolución de problemas. *Revista Educación Matemática*, 2(3), 22-31.
- Perales Palacios y otros. (2000). *Resolución de problemas*. Madrid: Editorial Síntesis.
- Pérez Jiménez, Antonio J. (2005). Algoritmos en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 1: 37-44. Recuperada de la página web:

<http://www.fisem.org/paginas/union/revista.php?id=4#indice>

- Polya, George. (1997). *Cómo plantear y resolver problemas*. 21ª reimpresión. México: Trillas.
- Santos Trigo, Luz Manuel y Díaz Barriga, Arceo Eugenio. (1999). Validación y exploración de métodos de solución a problemas propuestos a través del uso de la tecnología. *Revista Educación Matemática*, 11(2).
- Santos Trigo, Luz Manuel. (1997). *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- White, Elena. (1974). *La Educación*. Argentina: Asociación Publicadora Interamericana.
- Zemelman, S., Daniels, H. y Hyde, Arthur. (2003). *Best Practice: New Standards for Teaching and Learning in America's Schools*. Traducido por EDUTEKA. Recuperado del sitio web: <http://www.eduteka.org/MejoresPracticas.php>.